
MATEMATIKUS MESTERSZAK: ZÁRÓVIZSGAKÉRDÉSEK DIFFERENCIÁLT SZAKMAI ANYAG

A differenciált szakmai anyagból a záróvizsgára legalább **20 kreditnyi**, a teljes záróvizsgára legalább **40 kreditnyi** anyagot kell kiválasztani.

ALGEBRA

C1. Fejezetek a csoportelméletből (kredit: 3 + 3) – *Pálfy Péter Pál* **Témakör: ALGEBRA**

- 1/1. Permutációcsoportok: Primitív permutációcsoportok, osztályozásuk (O’Nan–Scott-tétel). Kétszeresen tranzitív permutációcsoportok, maximális permutációcsoportok.
- 1/2. A reprezentációelmélet alkalmazásai: Involúciócentralizátorok. A szimmetrikus csoportok és $SU(2)$ ábrázolásai.
- 1/3. Végtelen torziócsoportok: Burnside-problémák. Végesség kis exponensekre. Tarski-monster.

C2. Fejezetek a gyűrűelméletből (kredit: 3 + 3) – *Ágoston István* **Témakör: ALGEBRA**

- 2/1. Homologikus algebra. (Derivált funktorok konstrukciója, az Ext és a Tor funktor. Modulusok bővítései és a Yoneda-szorzat.)
- 2/2. Homologikus dimenziók. (Projektív, injektív és globális dimenzió. Nevezetes sejtések. Hilbert tétele; Auslander tétele.)
- 2/3. A reprezentációelmélet elemei. (Gráfalgebrák és algebrák Gabriel-gráfja. Majdnem fölhasadó sorozatok és irreducibilis morfizmusok. Algebrák Auslander–Reiten-gráfja. Az első Brauer–Thrall-sejtés.)

C3. Kommutatív algebra (kredit: 3 + 3) – *Károlyi Gyula* **Témakör: ALGEBRA**

- 3/1. Lokalizáció. Ideálok primér felbontásának egyértelműsége.
 - 3/2. Egész függőség és értékelések. Cohen–Seidenberg-tételek.
 - 3/3. Noether- és Artin-gyűrűk. Hilbert bázistétele, Hilbert nullhelytétele. Primér felbontás Noether-gyűrűkben.
-

C4. Lie-algebrák (kredit: 3 + 3) – *Pálfy Péter Pál***Témakör: ALGEBRA**

- 4/1. Nilpotens és feloldható Lie-algebrák. Engel és Lie tételei. Killing-forma, Cartan-kritérium.
 - 4/2. Féligegyszerű Lie-algebrák. Cartan-részalgebra. Felbontás gyökterek direkt összegére. Gyökrendszerek, Dynkin-diagramok. Klasszikus egyszerű Lie-algebrák a komplex test fölött.
 - 4/3. Lie-algebra univerzális burkolóalgebrája. Poincaré–Birkhoff–Witt-tétel. Szabad Lie-algebra. Specht–Wever-tétel, Baker–Campbell–Hausdorff-formula.
-

C5. Univerzális algebra és hálóelmélet (kredit: 3 + 3) – *Kiss Emil***Témakör: ALGEBRA**

- 5/1. Részalgebra, homomorfizmus, direkt- és szubdirekt szorzat. Varietás. Birkhoff-tételek.
 - 5/2. Lezárási rendszerek és hálók. Algebrai háló, részalgebra-háló, kongruenciaháló. Beágyazás partícióhálóba.
 - 5/3. Disztributív és moduláris hálók, Desargues-azonosság. Szabad hálók.
 - 5/4. Kongruencia-felcserélhető varietások, Malcev-tétel. Kongruenciadisztributív, ill. -moduláris varietások.
-
-

SZÁMELMÉLET

C6. Algebrai számelmélet (kredit: 3 + 3) – *Zábrádi Gergely***Témakör: SZÁMELMÉLET**

- 6/1. Egész elemek gyűrűbővítésben, egész bázis létezése. Dedekind-gyűrűk, egyértelmű prímfaktorizáció. Törtideálok, osztálycsoport.
- 6/2. Hilbert-féle elágazáselmélet, körosztási testek. p -adikus számok teste. Ostrowski-tétel.
- 6/3. Hensel-lemma, értékelések kiterjesztése. Lokális testek karakterizációja. Elágazási részcsoporthoz, Kronecker–Weber-tétel.

C7. Exponenciális összegek a számelméletben (kredit: 3 + 0) – *Sárközy András*
Témakör: SZÁMELMÉLET

- 7/1. A Jensen–Ramanujan-formula. Additív karakterek, explicit alakjuk. Magasabbfokú kongruencia megoldásszáma, alkalmazások. Gauss-összegek, kiszámításuk előjeltől eltekintve.
- 7/2. Az (additív karaktereket tartalmazó) Vinogradov-lemma. $a + b = cd$ megoldhatósága \mathbb{Z}_p nagy részhalmazában. Weil tétele additív karakterekre (bizonyítás nélkül). Kloostermann-összegek (részben bizonyítás nélkül).
- 7/3. Multiplikatív karakterek. Explicit alakjuk. Primitív karakterek. Gauss-összegek multiplikatív karakterekkel, abszolút értékük primitív karakterekre. Formula additív és multiplikatív karakterek kapcsolatára. A Pólya–Vinogradov-egyenlőtlenség, a legkisebb kvadratikus nemmaradék.
- 7/4. A nagy szita aritmetikai alakja, egy alkalmazás. A nagy szita analitikus alakja, Gallagher nagyobb szitája.

C8. Kombinatorikus számelmélet (kredit: 3 + 0) – *Sárközy András*
Témakör: SZÁMELMÉLET

- 8/1. Fermat kongruencia. Ramsey-tételek és alkalmazásai a számelméletben.
- 8/2. Gallagher nagyobb szitája és egy alkalmazás.
- 8/3. Cauchy–Davenport-tétel, Combinatorial Nullstellensatz, Erdős–Ginzburg–Ziv-tétel.
- 8/4. van der Waerden-tétel, Szemerédi-tétel és alkalmazások
- 8/5. Schnirelmann-sűrűség, kapcsolódó tételek, és részeredmények a Goldbach-sejtéshez kapcsolódóan.

C9. Multiplikatív számelmélet (kredit: 3 + 0) – *Szalay Mihály*
Témakör: SZÁMELMÉLET

- 9/1. Nagy szita, alkalmazások a prímszámeloszlásban. (Nagy szita: $A \subseteq [M + 1, \dots, M + N]$ esetén $\sum_{q \leq Q} \sum_{\substack{1 \leq a \leq q \\ (a, q) = 1}} \left| \sum_{n \in A} a_n \cdot e^{2\pi i n a / q} \right|^2$ felső és alsó becslése, $|A|$ felső becslése, ikerprímek, Brun–Titchmarsh-egyenlőtlenség.)
- 9/2. Partíciók, generátorfüggvény. $p(n)$ generátorfüggvénye, integrálformula. $p(n)$ aszimptotikus becslése: Hardy–Ramanujan-tétel.)
- 9/3. Dirichlet tétele számtani sorozatok prímjeiről. $\left(\sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p}, \sum_{p \leq x} \frac{\chi(p) \log p}{p}, \sum_{n \leq x} \frac{\chi(n) \Lambda(n)}{n}, \sum_{d \leq x} \frac{\chi(d)}{d} \mu(d); \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n} \neq 0 \text{ } (\chi \neq \chi_0). \right)$
- 9/4. Bevezetés az analitikus számelméletbe. $(\pi(x), \vartheta(x), \psi(x), \text{Selberg-egyenlőtlenség, a prímszámtétel. } \zeta(s) \text{ és } L(s, \chi) \text{ Re } s > 1\text{-re, } \zeta(s) \text{ kiterjesztése Re } s > 0\text{-ra. } 1/\zeta(s), \zeta'(s)/\zeta(s) \text{ Re } s > 1\text{-re. } t \neq 0\text{-ra } \zeta(1 + it) \neq 0.)$

C10. Számítógépes számelmélet (kredit: 3 + 0) – *Gyarmati Katalin*
Témakör: SZÁMELMÉLET

- 10/1. Elemi műveletek időigénye. Prímtesztek. Faktorizációs algoritmusok.
- 10/2. Helytelen RSA-alkalmazások.
- 10/3. Diszkrét logaritmus probléma és (lassú) algoritmusok a megoldására.
- 10/4. Pszeudóvéletlenség (mértékek és konstrukciók).

ANALÍZIS

C11. Analitikus fejezetek a komplex függvénytanból (kredit: 3 + 0) – *Szőke Róbert*
Témakör: ANALÍZIS

- 11/1. Maximum-elv általánosításai, Phragmén–Lindelöf-tétel, Jensen-formula, Fatou-tétel a radiális limeszről, előjeles mértékek Poisson-integrálja, h_p -beli függvények jellemzése.
- 11/2. Hardy-osztályok, Blaschke-szorzat, Riesz F. tétele H_p -függvények előállításáról, Riesz F. és M. tétel, H^p osztályok radiális limeszéről, Riesz F. és M. tétel, Riesz M. tétele: holomorf függvény valós része mikor h_p -beli.
- 11/3. Bergman-terek: területi átlag, A^2 -tér, Bergman-mag, körlap Bergman-magja, Bergman-mag és konform leképezések, Dirichlet-feladat, Green-függvény, Suita-sejtés, Wiegerinck tétele.

C12. Banach*-algebrák ábrázolásai és absztrakt harmonikus analízis (kredit: 3 + 2) – *Tarcsay Zsigmond*
Témakör: ANALÍZIS

- 12/1. Lineáris funkcionálok integrál reprezentációja: a Riesz-féle reprezentációs tétel és a Daniell–Stone tétel.
- 12/2. Projektormértékek és a spektráltétel.
- 12/3. C^* -algebrák reprezentációi, tiszta állapotok és irreducibilis reprezentációk.

C13. Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek 1 (kredit: 3 + 3) – *Simon Péter*
Témakör: ANALÍZIS

- 13/1. Dinamikai rendszerek ekvivalenciái. Lineáris rendszerek topologikus osztályozása.
 - 13/2. Lokális vizsgálat egyensúlyi pontban. Hartman–Grobman-tétel. Stabil és instabil sokaság tétel. Centrális sokaság és redukciós tétel.
 - 13/3. Periodikus megoldások. Feltételek periodikus pálya létezésére és nem létezésére két dimenzióban. Periodikus pálya stabilitása. Az index alkalmazása a fáziskép vizsgálatára.
 - 13/4. Diszkrét dinamikai rendszer periodikus megoldásai. Periódus kettőződés. A kaotikus pálya fogalma. Szimbolikus dinamika alkalmazása kaotikus pálya létezésének bizonyítására. A logisztikus és a sátor leképezés.
-

C14. Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek 2 (kredit: 3 + 0) – *Simon Péter*

Témakör: ANALÍZIS

- 14/1. Bifurkáció fogalma, egyszerű bifurkációk. Lokális bifurkáció szükséges feltételei. A nyereg-csomó bifurkáció elégséges feltétele. Az Andronov–Hopf-bifurkáció normálformája és elégséges feltétele.
 - 14/2. Strukturális stabilitás fogalma, bifurkáció kodimenziója. Strukturális stabilitás szükséges és elégséges feltétele egy dimenzióban. Strukturálisan stabil rendszerek két dimenzióban.
 - 14/3. Reakciódifúzió egyenletek. Stacionárius megoldás fogalma. A stacionárius megoldás meghatározása és stabilitásának vizsgálata egydimenziós térbeli tartomány esetén.
-

C15. Dinamikus rendszerek (kredit: 3 + 0) – *Buczolich Zoltán*

Témakör: ANALÍZIS

- 15/1. Példák dinamikus rendszerekre. A logisztikus függvénycsalád tulajdonságai. Bifurkációtípusok. $\gamma > 2 + \sqrt{5}$ esetén káosz az invariáns taszító hiperbolikus halmazon.
 - 15/2. Szimbolikus dinamika. Topologikus tranzitivitás. Shift terek. Alkalmazás adattárolásra.
 - 15/3. Topologikusan konjugált rendszerek. Kezdeti feltételektől való érzékeny függés. Kaotikusság. Strukturális stabilitás.
 - 15/4. Dinamikus rendszerek és fraktálok. A Mandelbrot halmaz. A Hausdorff mérték és dimenzió definíciója. Iterált függvény rendszerek. Kapcsolat dinamikus rendszerekkel. Önhasonló halmazok.
-

C16. Diszkrét dinamikus rendszerek (kredit: 3 + 0) – *Buczolich Zoltán*

Témakör: ANALÍZIS

- 16/1. Példák és azok tulajdonságai: E_m , a topologikus Bernoulli-shift, irracionális forgatások. A kör homeomorfizmusai, forgatási szám, ω -limesz halmazok.
 - 16/2. Invariáns mértékek. Krylov-Bogolubov tétel. Minimális homeomorfizmusok és invariáns mértékek. Kompakt Abel-csoportok forgatásai, egyféleképpen ergodikus transzformációk és minimalitás.
 - 16/3. Unimodális leképezések. Gyúró sorozat (*kneading sequence*). Szimbolikus pályák előjeles lexikografikus rendezése. A megengedett szimbolikus pályák halmazának karakterizációja.
 - 16/4. A topologikus entrópia definíciói és tulajdonságai. Intervallumleképezések cikk-cakk száma. Markov-gráfok, Sharkovszkij-tétel. Az ergodelmélet alapjai.
-

C17. Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai 1 (kredit: 3 + 2) – *Karátson János*
Témakör: ANALÍZIS

- 17/1. A véges differenciák módszere. (A módszer konstrukciója téglalapon, a lineáris rendszer tulajdonságai. Stabilitás és konvergencia. Általánosabb feladatok.)
 - 17/2. A végeelem-módszer. (A módszer elméleti alapjai, konstrukció 1 és magasabb dimenzióban. Nevezetes bázisfüggvények. A konvergencia és becslései, rendje.)
 - 17/3. A többrácsos (multigríd-)módszer. (A módszer alapelve. Simító iterációk, V- és W-ciklusok. A módszer konvergenciája.)
-

C18. Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai 2 (kredit: 3 + 0) – *Karátson János*
Témakör: ANALÍZIS

- 18/1. Nem szimmetrikus elliptikus feladatok végeelemes megoldása, konvekció-diffúziós egyenletek, áramvonal-menti végeelem-módszer.
 - 18/2. Nyeregpont-feladatok, az áramlástani Stokes-feladat és végeelemes megoldása, Uzawa-iteráció.
 - 18/3. Nemlineáris elliptikus feladatok végeelemes megoldása: konstrukció, konvergencia, Newton-iteráció.
-

C19. Ergodelmélet (kredit: 3 + 0) – *Buczolich Zoltán*
Témakör: ANALÍZIS

- 19/1. Ergodikusság, von Neumann L^2 -ergodtétel, Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel, ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok. Példák ergodikus transzformációkra.
- 19/2. Poincaré visszatérési tétel. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről. Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma. Kakutani–Rohlin-lemma.

- 19/3. Keverés. Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Koopman–von Neumann-lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok. Példák erősen és gyengén keverő transzformációkra.
- 19/4. Banach-elv. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele. Lebesgue terek. A feltételes várható érték tulajdonságai. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. Bernoulli shift entrópiája.
- 19/5. Feltételes információ és entrópia. Tulajdonságok. Nulla feltételes entrópiával ekvivalens állítás. Véges mérhető felosztások függetlenségével ekvivalens tulajdonságok. Entrópia metrika. $h(\alpha, T)$ ekvivalens megadásai. Kolmogorov–Szinnaj tétele generátorokról.

C20. Geometriai fejezetek a komplex függvénytanból (kredit: 3+0) – *Sigray István*
Témakör: ANALÍZIS

- 20/1. Kapacitás. Csebisev-konstans. Transzfinit átmérő. Green-függvény. Konform sugár.
- 20/2. Koebe torzítási tételei. Területi elv. Egyrétű függvények együtthatóinak a becslése. Bieberbach-sejtés.
- 20/3. Terület-ív hossz elv. Extremális hossz. Négyszögek és gyűrűk modulusa. Kvázikonform leképezések. Kvázikonform leképezés kiterjesztése a határra. Kváziszimmetrikus függvények. Kvázikonform görbék.

C21. Geometriai mértékelmélet (kredit: 4 + 3) – *Keleti Tamás*
Témakör: ANALÍZIS

- 21/1. Determinisztikus és véletlen fraktálok. (Önhasonlóság. Hasonlósági-, Hausdorff-, box- és pakolási dimenzió. Szorzatok dimenziói. Mandelbrot-halmaz. Julia-halmaz. Brown-mozgás. Mandelbrot-féle fraktál perkoláció, fázisátmenet.)
- 21/2. Kakeya halmazok. (Körner konstrukciója. A Kakeya–Besicovitch–Nikodym–Cunningham–Davies-tételkör. Falconer napóra tétele. A síkbeli Besicovitch-halmazok Hausdorff-dimenziója.)
- 21/3. Vetítési tételek. (Frostman-lemma. Az s -dimenziós energia. Mértékek Fourier-transzformáltja. Alkalmazás a vetület Hausdorff-dimenziójának kiszámítására. Rektifikálhatóság ekvivalens definíciói.)
- 21/4. Lefedési tételek, maximáloperátorok és integrálok differenciálása. (Az $5r$ lefedési tétel. Maximálegyenlőtlenség. Integrálok differenciálása és sűrűségi tételek a reguláris, az erős és a téglalap bázis szerint. A Vitali- és a Besicovitch-féle lefedési tétel.)

C22. Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai 1 (kredit: 3 + 2) – *Izsák Ferenc*
Témakör: ANALÍZIS

- 22/1. Teljes diszkretizáció és szemidiszkretizáció. Az ezekkel kapott egy lépéses sémák norma-konzisztenciájának és (feltételes) stabilitásának fogalma. A Lax-féle ekvivalenciátétel.
- 22/2. Stabilitásvizsgálati módszerek: elégséges feltétel stabilitásra, vizsgálat Fourier-transzformációval és Gersgorin-tétellel. Nevezetes eredmények az diffúziós egyenletre vonatkozó explicit sémákra, explicit upwind és downwind sémák stabilitása állandó együtthatós áramlási feladatokra. A Crank-Nicolson-séma és tulajdonságai.
- 22/3. ADI típusú sémák és stabilitásuk. A Lax-Wendroff-séma. Probléma a peremfeltételekkel az advekción feladat esetében. A periodikus peremfeltételhez tartozó lépésmátrixok szerkezete.

C23. Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai 2 (kredit: 3 + 2) – *Izsák Ferenc*
Témakör: ANALÍZIS

- 23/1. Rendszerek és többlépéses sémák kapcsolata. Alkalmazás a hullámegyenlet numerikus megoldására, inicializáció, módosított Lax-tétel.
- 23/2. Megmaradási egyenletek megoldása. Fluxus, konzervatív séma fogalma. A Lax-Wendroff-tétel. Godunov-séma levezetése. Monoton, TVD sémák fogalma és kapcsolata.

C24. Komplex dinamika (kredit: 3 + 0) – *Sigray István*
Témakör: ANALÍZIS

- 24/1. Julia- és Fatou-halmazok. Sima Julia-halmazok. Vonzó fixpontok. Koenigs lineárizációs tétele. Szupervonzó fixpontok. Böttcher tétele. Parabolikus fixpontok. Leau-Fatou-tétel. Cremer-pontok és Siegel körök.
- 24/2. Holomorf fixpontformula. Nevezetes sűrű részhalmazok a Julia-halmazban. Herman-gyűrűk. Polinomok iterációja. A Mandelbrot-halmaz. A Newton-iteráció.

C25. Komplex sokaságok (kredit: 4 + 3) – *Szőke Róbert*
Témakör: ANALÍZIS

- 25/1. Komplex sokaság, részsokaság (inverz és implicit függvény tétele, komplex részsokaság, sokaság, nemelfajuló leképezések, Clements–Osgood-tétel, projektív algebrai sokaságok, fokszám-nem formula).
- 25/2. Analitikus halmazok (sima és szinguláris pontok, Riemann kiterjeszési tételei, analitikus halmazok a komplex projektív térben, analitikus hiperfelület foka, Cartan–Remmert–Stein-lemma, Remmert–Stein tétele, Chow-tétel).
- 25/3. Holomorf függvények lokális viselkedése (függvénycsírák, Weierstrass előkészítési tétele, az ${}_n\mathcal{O}_0$ gyűrű tulajdonságai, lokális paraméterezés tétele, gyenge nullstellensatz, analitikus hiperfelület minimális definiáló függvénye).

- 25/4. Holomorf vektornyalábok (holomorf vektornyalábok, $H^0(M, E)$ dimenziója, $\mathcal{O}(k)$ nyalábok és holomorf szeléseik, analitikus hiperfelülethez asszociált holomorf nyaláb, Lévi kiterjesztési tétele, holomorf vonalnyalábon definiálható komplex struktúrák, sima vonalnyalábon mikor létezik holomorf struktúra).
-

C26. Leíró halmazelmélet (kredit: 4 + 3) – *Elekes Márton*
Témakör: ANALÍZIS

- 26/1. Lengyel terek és kompakt metrikus terek, Baire kategóriatétele. (Ekvivalens definíciók, példák, alterek, szorzatok, két értelemben maximális terek. Cantor-halmazok, perfekt sémák, Cantor–Bendixson tétel. Baire kategória tétele, tipikus objektumok, Baire-tulajdonság, Kuratowski–Ulam-tétel és alkalmazásai.)
- 26/2. Borel-halmazok és Baire-függvények. (Borel-hierarchia, univerzális halmazok, redukció és szeparáció, Borel- és Baire-függvényosztályok, Baire-1 függvények, Grafikon tétel, Borel-izomorfizmusok, sztenderd Borel-terek. Borel-halmaz számossága és Borel-halmazok rendszerének számossága. Borel-halmazok injektív Borel-képe.)
- 26/3. Analitikus halmazok (Ekvivalens definíciók, szeparáció-tétel, univerzális halmazok, finomabb topológiák módszere és alkalmazásai, játékok módszere és alkalmazásai.)
- 26/4. További fejezetek. (Determináltság, Martin tételei, teljes analitikus és koanalitikus halmazok, példák, uniformizációs tételek, koanalitikus rangok, Silver tétele.)
-

C27. Lineáris parciális differenciálegyenletek (kredit: 3 + 3) – *Simon László*
Témakör: ANALÍZIS

- 27/1. Szoboljev-terek: Fourier-transzformáció, kiterjesztési operátor, nyom operátor.
- 27/2. Lineáris elliptikus peremérték-feladatok gyenge megoldása, sajátérték-feladat. A peremérték-feladatok és sajátérték-feladatok variációs értelmezése.
- 27/3. Kezdeti-peremérték-feladatok lineáris hiperbolikus és parabolikus egyenletekre: a gyenge megoldás egyértelműsége, létezése: Fourier-módszer, Galjorkin-módszer.
-

C28. Nemkorlátos operátorok Hilbert-térben (kredit: 3 + 0) – *Sebestyén Zoltán*
Témakör: ANALÍZIS

- 28/1. Adjungált operátor (Neumann) értékkészlete, zártsága.
- 28/2. Második adjungált és a lezárhatóság.
- 28/3. Önadjungált operátor jellemzése. TT^* és T^*T mint önadjungált operátorok. T zártsága.
- 28/4. Pozitív önadjungált operátorok mint pozitív szimmetrikus operátorok kiterjesztései: Krein–Neumann- és Friedrichs-kiterjesztések.
-

C29. Nemlineáris és numerikus funkcionálanalízis (kredit: 3 + 3) – *Karátson János*
Témakör: ANALÍZIS

- 29/1. Nemlineáris operátorok elméletének alapjai (Gateaux-derivált, konvex funkcionálok, potenciáloperátorok, funkcionálok minimuma, dualitás).
- 29/2. Megoldhatósági eredmények (nemlineáris operátoregyenletek potenciálos és nem potenciálos esetben, nemlineáris parciális differenciálegyenletek, a p-Laplace-egyenlet).
- 29/3. Közelítő módszerek operátoregyenletek megoldására (Ritz–Galjorkin-módszer, gradiens-módszer, Newton-típusú módszerek).
-

C30. Nemlineáris parciális differenciálegyenletek (kredit: 3 + 0) – *Simon László*
Témakör: ANALÍZIS

- 30/1. Nemlineáris elliptikus egyenletekre vonatkozó peremérték-feladatok vizsgálata a monoton típusú operátorok elméletének felhasználásával.
- 30/2. Nemlineáris elsőrendű; evolúciós (parabolikus) egyenletek vizsgálata a monoton típusú operátorok segítségével.
-

C31. Numerikus modellezés és közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei 1 (kredit: 3 + 3) – *Faragó István*
Témakör: ANALÍZIS

- 31/1. Az egylépéses numerikus módszerek és vizsgálatuk. (Euler típusú módszerek. Konzisztencia, stabilitás, konvergencia. Merev feladatok. A-stabilitás)
- 31/2. Runge–Kutta típusú módszerek és vizsgálatuk. (Explicit és implicit RK módszerek, konzisztencia rend, A-stabilitás.)
-

C32. Numerikus modellezés és közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei 2 (kredit: 3 + 2) – *Faragó István*
Témakör: ANALÍZIS

- 32/1. Lineáris többlépéses módszerek és vizsgálatuk. (Adams típusú módszerek, rend, stabilitás. BDF típusú módszerek és rendjük, abszolút stabilitási tartomány és A-stabilitás.)
- 32/2. Peremérték-feladatok numerikus megoldása. (A folytonos feladat megoldhatósága, belövéses módszer, véges differenciás módszer)
-

C33. Operátorfélcsoportok (kredit: 3 + 3) – *Sikolya Eszter*
Témakör: ANALÍZIS

- 33/1. Motiváló példák (korlátos generátor, eltolás - és szorzásfélcsoport, hővezetési egyenlet, stb.).
- 33/2. Alapfogalmak (generátor, rezolvens, Cauchy-feladat, megoldásfogalmak). Alaptulajdonságok és jóldefiniáltság, Laplace-transzformáció.
- 33/3. Hille–Yosida- és Lumer–Phillips-tételek.
- 33/4. Spektrum és aszimptotika (növekedési ráta, spektráltartalmazási tételek, Datko-tétel, stabilitásfogalmak példákkal).
- 33/5. Perturbációk és approximációk (korlátos perturbáció, Trotter–Kato-tételek, Chernoff-tétel).

C34. Riemann-felületek (kredit: 3 + 0) – *Szőke Róbert*
Témakör: ANALÍZIS

- 34/1. Riemann-felületek elemi tulajdonságai. (Példák Riemann-felületekre, holomorf leképezések elemi tulajdonságai, Riemann–Hurwitz tétel, holomorf fedések, fedőcsoport. Analitikus folytatás, monodrómia tétel.)
- 34/2. Dirichlet feladat. (Szubharmonikus függvények, Harnack-tétel, Dirichlet-feladat, Radó-tétel, Green-függvény, harmonikus mérték, maximum elvek.)
- 34/3. Uniformizációs tétel. (Hiperbolikus és parabolikus Riemann-felületek, egyszerűen összefüggő Riemann-felületek osztályozása, holomorf és meromorf 1-formák Riemann-felületen, reziduum tétel, véges sok helyen megadott értékeket felvevő meromorf függvény konstrukciója.)
- 34/4. Algebrai görbék és Riemann-felületek. (Irreducibilis polinom Riemann-felülete, kompakt Riemann-felületeken a meromorf függvények teste, mint a racionális függvénytest véges bővítése, kompakt Riemann-felület, mint algebrai görbe.)

C35. Speciális függvények (kredit: 3 + 0) – *Tóth Árpád (Bíró András)*
Témakör: ANALÍZIS

- 35/1. Gammafüggvény: definíció, függvényegyenletek, integrálformulák, aszimptotika a nyeregpontmódszer alkalmazásával.
- 35/2. Zetafüggvény: sor- és szorzatelőállítás, függvényegyenlet, $\zeta(1 + it) \neq 0$ valós t -re, a prímszámtétel egy változata.
- 35/3. Elliptikus függvények: tórusz reziduumtétele, függvény rendje, speciális elliptikus függvények, elliptikus függvények teste.
- 35/4. Moduláris formák: θ -függvény függvényegyenlete, moduláris forma fogalma, viselkedése csúcokban, alkalmazás a négy négyzetszám tételre.

C36. Topologikus vektorterek és Banach-algebrák (kredit: 3 + 3) – *Tarcsay Zsigmond*
Témakör: ANALÍZIS

- 36/1. Topologikus vektorterek, metrizálható topologikus vektorterek és lokálisan konvex terek.
- 36/2. Lokálisan konvex terek duálisa, konvex halmazok szétválasztása és a Krein-Milman tétel.
- 36/3. Duális párok, poláláris halmazok, és a Banach-Alaoglu tétel.
- 36/4. Korlátos halmazok, poláris és kompatibilis topológiák, és a Mackey-Arens tétel.
- 36/5. Bornologikus és hordós terek, a Banach-Steinhaus tétel topologikus vektorterekre.

GEOMETRIA

C37. Alacsony dimenziós sokaságok (kredit: 3 + 0) – *Stipsicz András, Szűcs András* **Témakör: GEOMETRIA**

- 37/1. Sokaságok fogantyúfelbontásai. 3-sokaságok Heegaard-felbontása és Heegaard-diagramok. A Reidemeister–Singer-tétel azon Heegaard-diagramokról, melyek diffeomorf sokaságot határoznak meg.
- 37/2. 4-sokaságok metszetformája, szingatúrája. Kirby-diagramok és Kirby-mozgások. Kirby tétele azon Kirby-diagramokról, melyek diffeomorf sokaságot határoznak meg. Példák.
- 37/3. Egyszeresen összefüggő 4-sokaságok topológiája, Freedman tétele. Indefinit metszetformák osztályozása, Donaldson nem-diagonalizálhatósági tétele.
- 37/4. Csomók, vetületeik, Reidemeister-mozgások és Reidemeister tétele. Seifert-felületek, a Seifert-génusz és a Seifert-forma. Az Alexander-polinom. Az Alexander-polinom által adott becslés a Seifert-génuszra. Tórusz-csomók.

C38. Algebrai és differenciáلتopológia (kredit: 6 + 3) – *Szűcs András* **Témakör: GEOMETRIA**

- 38/1. Immerzióelmélet. (Smale, Hirsch, Gromov tételei.)
- 38/2. h -kobordizmus-tétel és az általánosított Poincaré-sejtés.
- 38/3. Vektornyalábok és karakterisztikus osztályok. (Vektornyalábok osztályozása. A Whitney-tétel éles. Karakterisztikus számok és kobordizmusok.)

C39. Algebrai geometria (kredit: 3 + 3) – *Némethi András* **Témakör: GEOMETRIA**

- 39/1. Affin sokaságok, részsokaságok és algebrai leírásuk, Zariski-topológia, Hilbert-féle Nullstellensatz.
- 39/2. Projektív sokaságok, egy sokaság gradált gyűrűje.
- 39/3. Reguláris leképezések, biracionális leképezések, sima és szinguláris pontok projektív síkgörbék, lokális metszetszámok, Bézout tétele, harmadfokú sima görbe csoportstruktúrája, Weil- és Cartier-divizorok, divizor osztálycsoportok, vonalnyalábok, Picard-csoport.

Nincsenek még vizsgakérdések.

C40. Analitikus konvex geometria (kredit: 3 + 2) – *Ifj. Böröczky Károly / Szabó László*

Témakör: GEOMETRIA

- 40/1. Konvex testek vetületei és alterekkel vett metszetei. Ellipszoid karakterizációs tételek.
- 40/2. Vegyes térfogatok. Minkowski tétel. Alapmértékek. Konvex testek felszíne. Cauchy-formula. Kubota-formula. Átlagos szélesség.
- 40/3. Geometriai egyenlőtlenségek. Brunn–Minkowski-egyenlőtlenség. Minkowski-egyenlőtlenségek. Az izoperimetrikus és izodiametrikus egyenlőtlenségek. Rogers–Shepard-egyenlőtlenség. Steiner-szimmetrizáció. Blaschke–Santaló-egyenlőtlenség.
-

C41. Differenciálttopológia gyakorlat (kredit: 0 + 3) – *Szűcs András*

Témakör: GEOMETRIA

Csak a szakmai törzsanyag megfelelő tárgyával együtt vehető föl.

C42. Diszkrét geometriai problémák (kredit: 3 + 2) – *Naszódi Márton*

Témakör: GEOMETRIA

- 42/1. Ekvilaterális halmazok és antipodalitás (Petty, Danzer–Grünbaum tételei, Brass becslése). Megvilágítás (ekvivalens definíciók), általános eredmények.
- 42/2. Frakcionális Helly-tétel, színes Carathéodory-tétel, Tverberg tétele. Kiválasztási lemmák.
- 42/3. VC-dimenzió (pl. algebrai halmazok), epsilon-háló-tétel, képtárprobléma.
-

C43. Geometriai modellezés (kredit: 3 + 0) – *Verhóczy László*

Témakör: GEOMETRIA

Nincsenek még vizsgakérdések.

C44. Kombinatorikus konvex geometria (kredit: 3 + 2) – *Ifj. Böröczky Károly*
Témakör: GEOMETRIA

- 44/1. Radon, Helly, Caratheory tételei.
 - 44/2. Ha adott n pont \mathbb{R}^d -ben, akkor létezik olyan p pont, hogy bármely p -t tartalmazó féltér legalább $n/(d+1)$ pontot tartalmaz az n -ből.
 - 44/3. Jung tétele a körülírt gömb sugarának felső becsléséről az átmérő függvényében.
 - 44/4. \mathbb{R}^d -beli rács fogalma, determinánsa, fundamentális tartománya, részrács fogalma és indexe.
 - 44/5. Minkowski (első) tétele, használata diofantikus approximációra.
 - 44/6. Happy ending (Erdős–Szekeres-)témakör (adott csúcsszámú konvex sokszög léte-zése). Fő sejtések és eredmények ismerete.
 - 44/7. Politópok lapstruktúrája.
 - 44/8. Euler–Poincaré-formula.
 - 44/9. Hirsch-sejtés témakör.
 - 44/10. Szabályos politópok az euklidészi térben, a három dimenziósak irányítástartó szim-metriacsoportjai.
-

C45. Lie-csoportok (kredit: 3 + 2) – *Verhóczy László*
Témakör: GEOMETRIA

- 45/1. Lie-csoport Lie-algebrája. Egységkomponens, fedőcsoportok. Exponenciális leké-pezés, adjungált reprezentáció. Univerzális burkoló algebra, a Hausdorff–Campbell–Baker-sor felírása Lie-hatványsorként. Egy Lie-algebrához tartozó összefüggő és egy-szeresen összefüggő Lie-csoport létezése és unicitása. Cartan tétele a zárt részcsoportokról.
 - 45/2. Nilpotens, feloldható és féligegyszerű Lie-algebrák. Radikál, nilradikál. Lineáris Lie-algebrák, irreducibilis lineáris Lie-algebrák. Reduktív Lie-algebrák. Lie tétele, Jacobson tétele, Engel tétele. Reprezentáció nyomformája, Killing-forma. Cartan feloldhatósági és féligegyszerűségi kritériumai.
-

C46. Riemann-geometria 1 (kredit: 3 + 2) – *Csikós Balázs*
Témakör: GEOMETRIA

- 46/1. A Riemann-sokaságon értelmezett Levi-Civita-konnexió, a Koszul-formula. Párhuzamos eltolás egy görbe mentén. Holonómiacsoport. A Riemann-féle görbületi tenzor szimmetriái, Bianchi-azonosságok. A síkálláshoz tartozó szekcionális görbület. Ricci-görbület, skalárgörbület, Weyl-tenzor.
- 46/2. Geodetikus görbék. Exponenciális leképezés. Ívhosszra vonatkozó első variációs formula. Gauss-lemma. Geodetikusan konvex környezetek. Az összefüggő Riemann-sokaság teljességével kapcsolatos Hopf–Rinow-tétel. Az ívhosszra vonatkozó második variációs formula. Jacobi-mező, konjugált pontok. Morse-féle indexforma és indextétel.

C47. Riemann-geometria 2 (kredit: 3 + 2) – *Csikós Balázs*
Témakör: GEOMETRIA

- 47/1. Myers tétele. Hadamard-sokaságok, Cartan–Hadamard-tétel. A Cartan–Ambrose–Hicks-tétel. A teljes, egyszeresen összefüggő, állandó görbületű terek osztályozása.
- 47/2. Részsokaságon indukált konnexió. Konnexió a részsokaság normális nyalábján. A második alapforma, a Weingarten-egyenlet, a Gauss- és Codazzi–Mainardi-egyenletek. A térfogat első variációja, minimál-részsokaságok.

C48. Sűrűségi problémák a diszkrét geometriában (kredit: 3 + 2) – *Naszódi Márton*
Témakör: GEOMETRIA

- 48/1. Rácyszerű elrendezések, fedési és pakolási kérdések a síkon: alsó és felső becslések. Minkowski alaptétele, Fáry, Dowker és Fejes Tóth László tételei.
- 48/2. Politópokkal közelítés: Sas és Macbeath tételei. Bárány–Füredi és Elekes tételei. Számítástudományi következmények.
- 48/3. John tétele konvex testben található legnagyobb ellipszoid érintési pontjairól, Brascamp–Lieb-egyenlőtlenség, affin izoperimetrikus probléma. Fedési sűrűség definíciója. Rogers fedési tételének különböző megközelítései.

C49. Szimmetrikus terek (kredit: 3 + 2) – *Verhóczy László*
Témakör: GEOMETRIA

- 49/1. A homogén Riemann-tér fogalma. A Lie-csoport és részcsoporthatárolt hányadostér, a differenciálhatósági struktúra értelmezése. A hányadostéren a csoportthatással szemben invariáns Riemann-metrika létezésének a feltétele. A biinvariáns Riemann-metrikával ellátott kompakt Lie-csoport.
- 49/2. A szimmetrikus Riemann-tér fogalma. A Riemann-féle szimmetrikus hármastér, az invariáns Riemann-metrikával ellátott hányadostér, mint szimmetrikus tér. Az exponenciális leképezés és a görbületi tenzor jellemzése. Kompakt típusú, nemkompakt típusú és euklideszi típusú szimmetrikus terek.

C50. Szingularitások topológiája (kredit: 3 + 0) – *Némethi András, Szűcs András*
Témakör: GEOMETRIA

- 50/1. Lokális szingularitás definíciója, síkgörbe-szingularitások, multiplicitás, delta invariáns, metszetsmultiplicitás, csomó és beágyazott csomó.
- 50/2. Milnor-fibrálás, Milnor-fibrum, Milnor-szám, normál felületszingularitások, rezolúció, egy rezolúció gráfja, normál felületszingularitások csomóinak osztályozása.
-

C51. Véges geometria (kredit: 3 + 0) – *Kiss György*
Témakör: GEOMETRIA

- 51/1. Projektív síkok koordinátázása. A koordinátastruktúra algebrai tulajdonságainak kapcsolata a nevezetes záródási tételekkel.
- 51/2. Ívek, lefogó ponthalmazok, magpontok (Segre lemmája az érintőkről, teljes ívekhez rendelt algebrai görbék, a Rédei-polinom néhány alkalmazása).
- 51/3. A véges geometriák néhány kombinatorikai alkalmazása.

SZTOCHASZTIKA

C52. Áringadozások (kredit: 6 + 0) – *Zempléni András*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

Nincsenek még vizsgakérdések.

C53. Bevezetés az információelméletbe (kredit: 3 + 0) – *Csiszár Villő*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 53/1. Információelméleti mennyiségek (entrópia, kölcsönös információ, divergencia) véges értékészletű valószínűségi változókra, Fano-egyenlőtlenség. Diszkrét források egyértelműen megfejthető, illetve prefix kódolása. A differenciális entrópia és a kölcsönös információ abszolút folytonos eloszlású valószínűségi változókra.
- 53/2. Információstabilis források állandó hosszúságú kódolása hibával. A hibaexponens meghatározása emlékezet nélküli forrásra. A Slepian–Wolf-tétel megosztott források kódolására (véletlen választás módszere).
- 53/3. Emlékezet nélküli csatorna kapacitása, az Arimoto–Blahut-algoritmus. Csatornakódolási tétel. Visszacsatolásos csatorna. A bináris szimmetrikus csatorna hibaexponense. Az additív Gauss-zajú csatorna kapacitása.

C54. Élettartam adatok elemzése (kredit: 3 + 0) – *Móri Tamás*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

Nincsenek még vizsgakérdések.

C55. Független növekményű folyamatok, határeloszlás-tételek (kredit: 3 + 0) –
Prokaj Vilmos
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 55/1. Korlátlanul osztható eloszlások: Lévy-Hincsin formula, stabilis eloszlások.
- 55/2. Poisson pontfolyamat, véletlen pontmérték, független növekményű folyamat felbontása ugró és Gauss részre.
-

C56. Idősorok elemzése 1 (kredit: 3 + 0) – *Márkus László*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 56/1. Stacionárius folyamatok alapfogalmai. Autokorreláció. Spektrálelőállítás, spektrálsűrűségfüggvény. Stacionárius folyamatok modelljei: autoregressziós (AR(p)), mozgóátlag (MA(q)), ARIMA(p,d,q), ARCH(p), GARCH(p,q), bilineáris, véletlen együtthetős AR, és a SETAR folyamatok, stacionaritása és a stacionárius eloszlás tulajdonságai. Sztochasztikus rekurziós egyenletek stacionárius megoldásának létezési feltétele Ljapunov-exponenssel, Kesten-Vervaat-Goldie tétel reguláris változású eloszlással bíró stacionárius megoldás létezéséről, alkalmazás ARCH(1)-re.
- 56/2. Idősorok becslélmélete: Az átlag és az autokovariancia függvény becslése, tulajdonságai és határeloszlása (ARCH eset is). Paraméterbecslés AR és MA folyamatra. Rendszelekcio Akaike és Bayes információs kritériumok. A periodogram a diszkrét spektrum becslésére, Fisher-teszt. Spektrálsűrűségfüggvény becslése ablakolással, tulajdonságok. Előfehérítés módszere, CAT kritérium.
-

C57. Idősorok elemzése 2 (kredit: 3 + 0) – *Márkus László*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

Nincsenek még vizsgakérdések.

C58. Információelméleti módszerek a statisztikában (kredit: 3 + 0) – *Szabó István*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

Nincsenek még vizsgakérdések.

C59. Kriptográfia (kredit: 3 + 0) – *Szabó István*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 59/1. Véletlenszám-generátorok kriptográfiai felhasználása (pseudovéletlen generátorok jellemzői, Lineáris Visszacatolású Shift Regiszterek elmélete; LFSR rendszerek, lineáris komplexitás fogalma, a lineáris kriptóanalízis alapelemei, LFSR rendszerek kriptográfiai felhasználása, pl. GSM titkosítás); kriptográfiai véletlen generátorok statisztikai ellenőrzése; valódi véletlen generátorok információelméleti biztonsága.
- 59/2. Nyilvános kulcsú rendszerek; az RSA algoritmus matematikai alapjai és gyengeségei rossz paraméterválasztások mellett (pl. kis e, kis d, fix pontok, Simmons–Norris iterációs támadása,...), faktorizációs támadások (quadratikus szita módszere, B-smooth számok, a számelméleti szita műveletigénye); az elliptikus görbék kriptográfiai alkalmazásai; elektronikus aláírási rendszerek (elemei, algoritmusai, hash-függvényekkel szembeni követelmények, kapcsolat a hash függvények birthday attack támadása és az elektronikus aláírás hamisítása között).

C60. Pénzügyi folyamatok 1 (kredit: 3 + 0) – *Márkus László*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 60/1. Európai opció ára, piacok arbitrázsmentessége, teljessége, eszközárzás első és második alaptétele diszkrét idejű részvény-kötvény piacon. Teljesség, ármérce pár, "market price of risk" folyamat és a martingál mérték kapcsolatai. A Black–Scholes piac teljessége.
- 60/2. Amerikai opció ára diszkrét idejű kereskedésben. Példa nem teljes piacra, és eszközárak nem teljes diszkrét idejű piacon. A Black-Scholes formula mint a Cox-Ross-Rubinstein árazás határértéke. Több részvényes Black–Scholes modell teljessége.

C61. Pénzügyi folyamatok 2 (kredit: 3 + 0) – *Márkus László*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 61/1. A Black–Scholes differenciálegyenlet, kapcsolat a Feynman–Kac-formulával. PIDE az ugró folyamatok esetén, pszeudodifferenciál operátorral. Amerikai opció ára szint-átlépéses megállítások mellett folytonos idejű kereskedésben. Összetett Poisson-folyamat. A Lévy–Itó felbontás. Exponenciális ugró diffúziós modellek: Merton, Kou, Bates.
- 61/2. Implikált és realizált volatilitás. Profit and Loss egyenlet. Az implikált volatilitás mosoly. Az implikált eloszlás és a Breeden-Litzenberger formula. Lokális volatilitás modellek (pl. CEV), Dupire egyenlete. Sztochasztikus volatilitás: Hull-White, Ornstein-Uhlenbeck, CIR, Heston. Ugró eszközármodellek. Szubordinátor, business time. Átskálázott Brown mozgás: Variance Gamma, és NIG modellek, tulajdonságaik.

C62. Speciális sztochasztikus folyamatok (kredit: 3 + 0) – *Michaletzky György*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 62/1. Felújítási folyamatok. A felújítási függvény, felújítási egyenlet. A megoldás egyértelműsége. A felújítási folyamat aszimptotikus viselkedése (1 valószínűségű konvergencia.). A felújítási függvény aszimptotikus viselkedése. A felújítási tétel. Speciális indítás esetén a pontos megoldás, illetve a hátralévő élettartam.
- 62/2. Elágazó folyamatok. Diszkrét paraméterű eset. A kihalás valószínűsége. A várható értékkel normalizált folyamat aszimptotikus viselkedése, a határérték várható értéke. Folytonos paraméterű eset. A populáció nagyságának időbeli alakulására vonatkozó differenciálegyenletek. A kihalás valószínűsége.

C63. Stacionárius folyamatok (kredit: 3 + 3) – *Prokaj Vilmos*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 63/1. Stacionárius folyamatok. Kovariancia függvény. Bochner–Hincsin-tétel. (Herglotz-tétel) Spektrálelőállítás.
- 63/2. Karhunen–Loeve-sorfejtés, Kotelnikov–Shannon-tétel – a mintavételezés sűrűsége.
- 63/3. Wold-felbontás. Teljesen reguláris és szinguláris folyamatok.
- 63/4. Stacionárius folyamatok várható értékének és kovarianciafüggvényének becslése.

C64. Statisztikai becsléelmélet (kredit: 4 + 0) – *Móri Tamás*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 64/1. A sűrűségfüggvény becslése. Cramér–Rao-típusú egyenlőtlenségek: Chapman–Robbins, Bhattacharyya-határ. Valódi és általánosított Bayes-becslések, a Jeffrey-féle neminformatív a priori mérték.
- 64/2. Ekvivariáns becslések. A ML- és a Bayes-becslés ekvivarianciája. Folytonos eloszlásfüggvény ekvivariáns becslése. A Pitman-becslés és tulajdonságai. Véges sokaságból való mintavétel. Godambe és Joshi tételei. A Horvitz-Thompson becslés tulajdonságai.
- 64/3. L-statisztikák és határeloszlásuk. Legkisebb négyzetes becslés korrelált hibájú lineáris modellben. Optimális L-becslés eltolás- és skálaparaméteres családban. Aszimptotikusan optimális L-becslés az eltolásparaméterre. M-becslések, aszimptotikus normalitásuk. Robusztusság. A Huber-becslés minimax tulajdonsága. Az M- és az L-becslések ekvivalenciája.

C65. Statisztikai hipotézisvizsgálat (kredit: 3 + 0) – *Csiszár Villő (Móri Tamás)*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

- 65/1. Hipotézisvizsgálat exponenciális családban: egy- és kétoldali ellenhipotézis, a Neyman-Pearson lemma általánosítása, zavaró paraméterek, hasonló próbák, Neyman struktúra. A normális eloszlás paramétereire vonatkozó klasszikus próbák optimalitása.
- 65/2. Az általánosított likelihood-hányados próba és kapcsolata a khi-négyzet próbákkal.
- 65/3. Konfidenciahalmazok, kapcsolat a hipotézisvizsgálattal. Likelihoodon alapuló aszimptotikus konfidenciahalmazok. Konfidenciasáv az eloszlásfüggvényre eltolás- és skálaparaméteres családban. Alsó konfidenciahatár diszkrét statisztikai mezőn.

C66. Statisztikai programcsomagok 2 (kredit: 0 + 3) – *Zempléni András*
Témakör: SZTOCHASZTIKA

Nincsenek még vizsgakérdések.

DISZKRÉT MATEMATIKA

C67. Adatbányászat (kredit: 3 + 3) – *Lukács András*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 67/1. Gyakori mintázatkeresés. (Apriori algoritmus. Hashelve gyorsítás. Toivonen-algoritmus. Asszociációs szabályok kinyerése.)
- 67/2. Klasszifikáció feladata és megoldási módszerei. (Döntési fák. Bayes-modellek. Hibrid módszerek, AdaBoost, Random Forest. Lineáris szeparáló módszerek, SVM. Modellek jóságának mérése. Túltanulás jelensége.)
- 67/3. Klaszterező eljárások. (Particionáló eljárások, k-közép, k-medoid. Hierarchikus klaszterezés. Sűrűségalapú módszerek, DBSCAN.)

C68. A gépi tanulás matematikai alapjai (kredit: 3 + 0) – *Csáji Balázs Csanád*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 68/1. Statisztikus tanuláselmélet: klasszifikáció és regresszió; induktív torzítás; empirikus és strukturális kockázat minimalizálás; becslési- vs approximációs hiba; VC (Vapnik–Chervonenkis) dimenzió, általánosítási korlátok; szupport vektor gépek; kernel módszerek, reprodukáló magú Hilbert-terek, Moore–Aronszajn-tétel, reprezentációs tételek.
- 68/2. Markov döntési folyamatok: sztochasztikus legrövidebb út-, diszkontált- és átlagos költségű problémák; irányítási politikák és értékelő függvények; Bellman operátorok, kontrakciós és monotonitási tulajdonságok, optimalitási egyenlet; modell-alapú módszerek: érték- és politika iteráció, valamint lineáris programozás alapú megoldások.
- 68/3. Megerősítéses tanulás: TD-tanulás, SARSA, és Q-tanulás; sztochasztikus approximáció: klasszikus módszerek: Robbins-Monro és Kiefer-Wolfowitz; sztochasztikus gradiens algoritmusok; aszimptotikus viselkedés martingál differencia zaj esetén, erős konzisztencia Ljapunov-függvények, pseudo-kontraktivitás és monotonitás alapján.

C69. Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása 1
(kredit: 3 + 3) – *Király Zoltán*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 69/1. Síkgráfokkal síkbarajzolása; favastagság $\leq k$ eldöntése
- 69/2. On-line és randomizált algoritmusok, min. vágások
- 69/3. Virtuális magánhálózatok; determináns-számítás gyűrűkben; Megiddo algoritmusai

C70. Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása 2
(kredit: 3 + 3) – *Király Zoltán*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 70/1. Unió-holvan adatstruktúrák; kupacok; vEB-struktúra.
 - 70/2. Szótárak, hashelés.
 - 70/3. Geometriai adatstruktúrák; dinamikus fák.
-

C71. Bioinformatika (kredit: 3 + 3) – *Grolmusz Vince*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 71/1. DNS szekvenálási módszerek, Sanger eljárása. Szekvencia illesztések, globális, lokális és heurisztikus módszerek.
 - 71/2. Fehérjék szerkezete, röntgendiffraktometria, Bragg-elv. Geometriai heselés. Fehérjeligandum dokkolás energia-minimalizálással.
 - 71/3. Fehérjecélpontok keresése fehérje-fehérje interakciós és metabolikus hálózatokban.
 - 71/4. Az agy gráfja: diffúziós MRI felvételektől a konnektomig. Az agygráf analízise.
-

C72. Bonyolultságelmélet (kredit: 3 + 3) – *Grolmusz Vince*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 72/1. Randomizált, illetve párhuzamos számítások (választható).
 - 72/2. Algebrai és egyszerű döntési fák, zárkózottság.
 - 72/3. Kolmogorov bonyolultság.
 - 72/4. Boole hálózatok, alsó becslések kismélységű hálózatokra.
 - 72/5. Interaktív bizonyítások.
 - 72/6. Tárkorlátos számítások, polinomiális hierarchia, hierarchia-tételek.
-

C73. Diszkrét matematika 2. (kredit: 6 + 0) – *Csikvári Péter / Katona Gyula*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 73/1. A valószínűségi módszer egyszerű alkalmazásai: Ramsey-gráfok, kromatikus szám és legrövidebb kör, keresztezési szám.
 - 73/2. A második momentum módszer és néhány alkalmazása. Véletlen gráfok küszöbfüggvényei.
 - 73/3. Lovász lokális lemma és alkalmazásai. Korrelációs egyenlőtlenségek és alkalmazásai.
 - 73/4. A maximális élszámra vonatkozó eredmények kizárt részgráfok esetén.
 - 73/5. A transzformációs módszer az extrémális halmazrendszerek elméletében.
 - 73/6. A kettős leszámlálás módszere az extrémális halmazrendszerek elméletében.
-

C74. Geometriai algoritmusok (kredit: 3 + 0) – *Pálvölgyi Dömötör*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 74/1. Konvex burok algoritmusok.
 - 74/2. Voronoi-diagram és algoritmus.
 - 74/3. Delaunay-háromszögelés és algoritmus.
-

C75. Halmazelmélet 1 (kredit: 6 + 0) – *Komjáth Péter*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 75/1. Mértékprobléma.
 - 75/2. Kofinális zárt, stacionárius halmazok, Fodor tétele.
 - 75/3. Partíció relációk. Erdős–Rado-, Dushnik–Miller–Erdős-tétel.
 - 75/4. Halmazleképezések. Fodor tétele, Hajnal tétele.
 - 75/5. Mérhető számosság, ekvivalens definíciók.
 - 75/6. Kényszerképzet, sűrű halmazok, generikus filter, generikus bővítés. Alaptétel a forszolásról.
-

C76. Halmazelmélet 2 (kredit: 6 + 0) – *Komjáth Péter*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 76/1. A kontinuumhipotézis és tagadása is konzisztens.
 - 76/2. \diamond , Martin-axióma, használatuk.
 - 76/3. Szuperkompakt számosságok.
 - 76/4. Prikry-forszolás.
 - 76/5. Iterált forszolás.
-

C77. Kódok és szimmetrikus struktúrák (kredit: 3 + 0) – *Szőnyi Tamás*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 77/1. Perfekt kódok.
 - 77/2. MDS-kódok.
 - 77/3. Négyzetes blokkrendszerek.
-

C78. Kriptológia (kredit: 3 + 3) – *Sziklai Péter*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 78/1. Titkosítás és pszeudovéletlenség (tökéletes biztonság ekvivalens definíciói, one-time pad, tökéletes biztonság korlátai, számítási biztonság definíciói, pszeudovéletlenség, konstrukciók lehallgatás és nyílt szövegű támadás ellen)
- 78/2. Üzenet autentikálás és hash-függvények (üzenetek integritása, üzenet autentikáló kódok (MAC) definíciója, konstrukciók, hash-függvények biztonsági kritériumai, születésnap támadás, Merkle-Damgard konstrukció)
- 78/3. Nyilvános kulcsú titkosítások (biztonság definíciók, RSA módszer, ElGamal titkosítás, kvadratikus maradékok és a Goldwasser-Micali titkosítás, Rabin-titkosítás)

C79. Válogatott fejezetek a gráfelméletből (kredit: 3 + 0) – *Lovász László*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 79/1. Gráfok homomorfizmuszámai és változataik. Kapcsolatuk azonosságok és egyenlőtlenségek révén. Homomorfizmus-számokkal kifejezhető gráf-paraméterek. Konvergens gráfsorozat definíciója, példák.
- 79/2. Gráfok vágás-távolsága, konvergens sorozat jellemzése Cauchy-sorozatként. Megszámoló ("counting") Lemma és inverze.
- 79/3. Grafonok, konvergens gráfsorozat limesze. Regularitási lemma lineáris terekre, mátrixokra és gráfokra. Véletlen gráfok, W -véletlen gráfok és kvázivéletlen gráfok.
- 79/4. Algoritmikus alkalmazások: paraméter-becslés, tulajdonság-tesztelés. Háromszög-mentesség tesztelhetősége, ennek számelméleti alkalmazása.

C80. WWW és hálózatok matematikája (kredit: 3 + 0) – *Benczúr András*
Témakör: DISZKRÉT MATEMATIKA

- 80/1. A gráf véletlenbolyongás-mátrixa, PageRank, hatványiteráció, teleportálás, Markov-láncok alaptétele, személyre szabott PageRank, d -reguláris gráfra vontakozó tétel, SimRank.
- 80/2. Tárhely alsó korlát és kommunikációs bonyolultság, HITS algoritmus, SVD, gráf-particionálás, hálózatmodellek, Cheeger-egyenlőtlenség.
- 80/3. Chernoff-korlát, consistens hashelés, ajánló rendszerek, legközelebbi szomszéd módszer, BRISMF modell.

OPERÁCIÓKUTATÁS

C81. Approximációs algoritmusok (kredit: 3 + 0) – *Jordán Tibor*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 81/1. Primál-duál séma az approximációs algoritmusok tervezésében. Approximációs algoritmusok a (i) halmazfedés, (ii) „többszörös vágások-, és többtermékes folyam fákön” problémákra.
- 81/2. Approximációs algoritmusok gráfproblémákra: (i) Steiner-fa, (ii) metrikus K -központ probléma.
- %
- 81/3. Véletlent használó approximációs algoritmusok. A Max-SAT probléma: (i) $1/2$ -approximáció, (ii) $1 - 1/e$ approximáció, (iii) derandomizálás.
- 81/4. Approximációs sémák. (i) Teljesen polinomiális idejű approximációs séma a hátizsák feladatra, (ii) Polinomiális idejű asszimptotikus approximációs séma a ládapakolási feladatra.

C82. Az operációkutatás alkalmazásai (kredit: 3 + 0) – *Jüttner Alpár*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

Nincsenek még vizsgakérdések.

C83. Egészértékű programozás 1. (kredit: 3 + 0) – *Király Tamás*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 83/1. Gomory vágósíkos algoritmus, korlátozás és szétválasztás.
 - 83/2. Heurisztikus algoritmusok az utazó ügynök feladatra, approximációs eredmények, Held–Karp-korlát, módszerek a kiszámolására.
 - 83/3. Lagrange-relaxáció, oszlopgenerálás.
-

C84. Egészértékű programozás 2. (kredit: 3 + 0) – *Király Tamás*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 84/1. Hilbert-bázisok, unimodularitás, teljes duális egészértékűség.
 - 84/2. Gomory–Chvátal-vágások, vágások az utazó ügynök feladatra, felemelés és vetítés.
 - 84/3. Rácsok, bázis-redukció, fix-dimenziós egészértékű programozási feladat megoldása.
-

C85. Gráfelmélet (kredit: 3 + 0) – *Frank András, Király Zoltán*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 85/1. Leemelési tételek és alkalmazásaik.
 - 85/2. A gráfelmélet min-max tételei.
-

C86. Gráfelmélet gyakorlat (kredit: 0 + 3) – *Frank András, Király Zoltán*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 86/1. A paritás szerepe a gráfelméletben, síkgráfok.
-

C87. Játékelmélet 1 (kredit: 3 + 0) – *Király Tamás*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 87/1. Kombinatorikus játékok: k -nim, Grundy-számozás, sövényvágó játék, Hex.
- 87/2. Stratégiai játékok: dominálás, Nash-egyensúly, Nash tétele. Kétszemélyes 0-összegű játékok, Neumann-tétel.
- 87/3. Stabil párosítások, felső körcsere algoritmus, taktikázás-biztosság.

C88. Játékelmélet 2 (kredit: 3 + 0) – *Király Tamás*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 88/1. Kooperatív játékok: mag, Shapley-érték, konvex játékok.
 - 88/2. Árverések, igazságos felosztás.
 - 88/3. Közlekedési játékok.
-

C89. Kombinatorikus algoritmusok 1. (kredit: 3 + 3) – *Jordán Tibor*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 89/1. Gráfok bejárása, algoritmusok az összefüggőség tesztelésére, ritka tanúk, vágásekvi-valens fák.
 - 89/2. Dinamikus programozás, gráfok favastagsága.
 - 89/3. Merev gráfok és szerkezetek.
-

C90. Kombinatorikus algoritmusok 2. (kredit: 3 + 0) – *Jordán Tibor*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 90/1. Folyamok, vágások, áramok algoritmusai.
 - 90/2. Algoritmusok a párosításelméletben, T-kötések és alkalmazásaik.
-

C91. Kombinatorikus optimalizálási struktúrák (kredit: 3 + 0) – *Jordán Tibor*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 91/1. T-kötések, a kínai postás feladat, minimális súlyú T-kötések, maximális vágás sík-gráfban.
 - 91/2. Gráfok összefüggőségének optimális növelése. Leemelesi tételek, lokális és globális növelés, irányított és irányítatlan, él- és pontösszefüggőség.
 - 91/3. Fenyőpakolási és fedési tételek. Linking tulajdonság.
-

C92. LEMON library: optimalizációs feladatok megoldása C++-ban (kredit: 0 + 3) – *Jüttner Alpár*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

Nincsenek még vizsgakérdések.

C93. Lineáris optimalizálás (kredit: 3 + 0) – *Bérczi Kristóf***Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS**

- 93/1. Érzékenységvizsgálat (lokális érzékenység, globális függés a korlátozó vektortól, duális megoldások halmaza, globális függés a költségfüggvényről)
- 93/2. Nagyméretű lineáris programozási feladatok megoldása (oszlopgenerálás, vágósíkos eljárások, Dantzig–Wolfe-dekompozíció, sztochasztikus programozás, Benders-dekompozíció)
- 93/3. Affin skálázási algoritmus (belsőpontos módszerek alapötlete, affin skálázási algoritmus, konvergenca, inicializálás, hatékonyság)
-

C94. Matroidelmélet (kredit: 3 + 0) – *Bérczi Kristóf***Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS**

- 94/1. Matroidelméleti algoritmusok (mohó algoritmus, matroid metszet, matroid unió).
- 94/2. Matroidok halmazfüggvényekből (polimatroid függvény, szubmoduláris függvény, metszőn szubmoduláris függvény, metszőn szupermoduláris függvény).
- 94/3. Báziskicserélési tulajdonságok (ki- és becserélési axiómák, szimmetrikus báziskicserélés, bijekció, Greene-Magnanti tétel).
-

C95. Nemlineáris optimalizálás (kredit: 4 + 0) – *Illés Tibor***Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS**

- 95/1. Lineáris feltételes konvex kvadratikus célfüggvényes szimmetrikus primál-duál feladat. Lineáris komplementaritási feladat, biszimmetrikus mátrix. Criss-cross módszer a biszimmetrikus lineáris komplementaritási feladatra.
- 95/2. Lineáris feltételes konvex kvadratikus célfüggvényes primál feladat. Belsőpontos algoritmus: büntetőfüggvényes feladat, optimalitási kritérium, centralitás mértéke, dualitás rés csökkenése, konvergenciatétel.
- 95/3. Feltétel nélküli optimalizálási feladatok, iránymenti optimalizálás módszerei.
- 95/4. Nemlineáris programozás módszerei (Newton-módszer, gradiens módszer, szubgradiens módszer, büntetőfüggvényes és barrier módszer, vágósík módszer, megengedett irányok módszere).
-

C96. Operációkutatás számítógépes módszerei (kredit: 0 + 3) – *Jüttner Alpár***Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS**

- 96/1. A vegyes-egészértékű lineáris programozási feladat megoldási módszerei. (LP-alapú korlátozás-és-szétválasztás. Vágás-és-szétválasztás.)
- 96/2. Az utazóügynök probléma megoldása vegyes-egészértékű lineáris programozási feladatként. (DFJ formuláció és feltétel-generálás. MTZ formuláció és vágás-generálás.)
- 96/3. Lokális keresés. (Lokális keresés alapjai. Példák az utazóügynök-problémára és a permutáció-típusú flow shop gépütemezési feladatra. Tabu keresés.)

C97. Operációkutatási projekt (kredit: 0 + 3) – *Kis Tamás*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

Nincsenek még vizsgakérdések.

C98. Poliéderez kombinatorika (kredit: 3 + 0) – *Frank András*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 98/1. Párosításpoliéderek leírása, tulajdonságai. TDI leírás.
 - 98/2. Polimatroidok és általánosított polimatroidok tulajdonságai, diszkrét szeparációs tétel, metszettételek. Mohó algoritmus.
 - 98/3. Szubmoduláris áramok és poliédereik.
 - 98/4. Általánosított polimatroidok és szubmoduláris áramok alkalmazásai.
-

C99. Sztochasztikus optimalizálás (kredit: 3 + 3) – *Mádi-Nagy Gergely*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 99/1. Sztochasztikus modellek áttekintése. A korlátok és célok különböző megfogalmazásai. Az adódó sztochasztikus programozási feladatok matematikai jellemzése. Log-konkáv mértékek alaptétele.
 - 99/2. Sztochasztikus programozási feladatok megoldó módszerei. Speciális konvex programozási eljárások. Diszkrét momentum problémák. Valószínűségi korlátok kiértékelése.
-

C100. Termelésirányítás (kredit: 3 + 0) – *Kis Tamás*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

Nincsenek még vizsgakérdések.

C101. Ütemezésemélet (kredit: 3 + 0) – *Jordán Tibor*
Témakör: OPERÁCIÓKUTATÁS

- 101/1. Egygépes feladatok.
- 101/2. Többgépes feladatok.
- 101/3. A shop modellek.