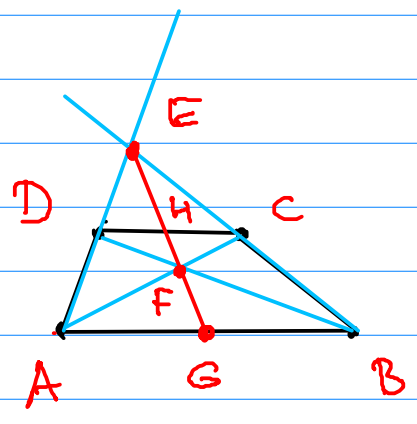


10/

10. Adott egy általános trapéz (alapjainak hossza eltérő) és az egyik szárán egy pont. Egyetlen egyenes vonalzó segítségével szerkesszünk olyan egyenest, amelyik áthalad az adott ponton, és párhuzamos a trapéz alapjaival. Igazoljuk is az eljárás helyességét.



$AG = GB ?$

$ABF_{\Delta} \sim CDF_{\Delta}$

(*)

$AG : GB = CH : HD$

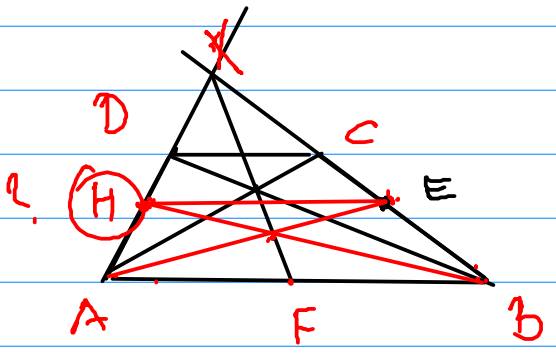
$ABE_{\Delta} \sim DCE_{\Delta}$

(**)

$AG : GB = DH : HC$

$\times \& \times \times$
 \Rightarrow

$CH = HD, \quad AG = GB$



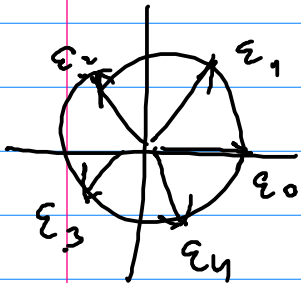
6. Legyen $\varepsilon = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$, $\alpha = \cos 72^\circ$.

a) Igazoljuk, hogy $Q(\varepsilon) = Q(\bar{\varepsilon}) = Q(\varepsilon^2)$.

b) Igazoljuk, hogy $\alpha \in Q(\varepsilon)$. Mennyi a $Q(\varepsilon) : Q(\alpha)$ testbővítés foka?

ε prim. 5. egyenfűjel:

5. egyenfűjel: $\cos \frac{2\pi}{n} k + i \sin \frac{2\pi}{n} k = \varepsilon_k$ $k = 0, 1, 2, 3, 4$



$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1^2$$

prim. 5. egyenfűjel

$$Q(\varepsilon) \ni \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 \\ \varepsilon^2 &= \varepsilon_2 \\ \varepsilon^3 &= \varepsilon_3 \\ \varepsilon^4 &= \varepsilon_4 \end{aligned}$$

$$\varepsilon^2 \in Q(\varepsilon)$$

$$\varepsilon \in Q(\varepsilon^2)$$

\Downarrow

$$Q(\varepsilon^2) \in \varepsilon^2, \varepsilon^4, \varepsilon^6 = \varepsilon_1, \dots$$

$$Q(\varepsilon) = Q(\varepsilon^2)$$

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon^4 = \varepsilon^{-1}$$

$$\begin{aligned} Q(\varepsilon) &\ni \bar{\varepsilon} \\ Q(\bar{\varepsilon}) &\ni \varepsilon \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q(\varepsilon) = Q(\bar{\varepsilon})$$

$$\alpha = \cos 72^\circ = \operatorname{Re} \varepsilon$$

$$\varepsilon + \bar{\varepsilon} = 2 \operatorname{Re} \varepsilon$$

$$\Rightarrow Q(\varepsilon) \ni \bar{\varepsilon}, \quad \Rightarrow \varepsilon + \bar{\varepsilon} = 2\alpha \in Q(\varepsilon)$$

$$\Rightarrow \alpha \in Q(\varepsilon)$$

$$Q \subsetneq Q(\alpha) \subsetneq Q(\varepsilon)$$

$$\overbrace{|\mathbb{Q}(\varepsilon) : \mathbb{Q}| = 4} \\ \text{"} \\ d_1 \cdot d_2$$

$$\left(\varepsilon \text{ minimalpolynom} = \phi_5(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 \right)$$

$$d_i \mid 4$$

$$d_2 \text{ teilt } 2, \quad d_2 \text{ teilt } 2$$

$$d_1 \text{ teilt } 1, 2 \text{ v. } 4$$

$$i \cdot \sin 72^\circ$$

$$\mathbb{Q}(\alpha)(i \sin 72^\circ) : \mathbb{Q}(\alpha)$$

$$\varepsilon = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$$

$$\mathbb{Q}(\varepsilon) = \mathbb{Q}(\cos 72^\circ, i \sin 72^\circ)$$

$$(i \sin 72^\circ)^2 = -\sin^2 72^\circ = \cos^2 72^\circ - 1$$

$$p(x) = x^2 + \cos^2 72^\circ - 1 \in \mathbb{Q}(\alpha)$$