

# Matroidok ciklikus sorbarendezései és más sejtések

Jánosik Áron

Témavezető: Bérczi Kristóf

Egyéni kutatómunka beszámoló

2024. 05. 31.

- $S$  véges alaphalmaz, részhalmazok  $F$  rendszere
- függetlenségi axiómák
- rang, bázis, kör
- ekvivalens definíciók
- példák: mátrix, affin, grafikus, uniform

- ciklikusan sorbarendezhető
- egyenletesen sűrű

## Sejtés (Kajitani, Ueno, Miyano)

*Egy matroid pontosan akkor ciklikusan sorbarendezhető, ha egyenletesen sűrű.*

## Tétel (van den Heuvel, Thomassé)

*Legyen  $M$  egy hurokmentes matroid, melyre  $|S|$  és  $r(S)$  relatív prímek. Ekkor a matroid pontosan akkor ciklikusan sorbarendezhető, ha egyenletesen sűrű.*

## Következmény

*Legyen  $M$  egy hurokmentes matroid, melyre  $|S|$  és  $r(S)$  legnagyobb közös osztója  $g$ . Ekkor ha a matroid egyetlen sűrű, akkor az elemek beoszthatók  $|S|/g$  csoportba úgy, hogy bármely ciklikusan egymást követő  $r(S)/g$  csoport uniója bázist alkot.*

## Kérdés

*Legyen  $M$  egy hurokmentes matroid, melyre  $|S|$  és  $r(S)$  egy közös osztója  $g$ . Ekkor ha adott az elemek beosztása  $|S|/g$  csoportba úgy, hogy bármely ciklikusan egymást követő  $r(S)/g$  csoport uniója bázist alkot, akkor a csoportokon belül megadható-e olyan sorrend, hogy összességében egy ciklikus sorrendet kapjunk?*

- $g = 1$ -re igen
- $g = 2$ -re nem mindig
- ellenpéldák
- grafikus matroid
- sparse paving matroid:  $n = 8$  vagy  $10, r = 4, g = 2$
- $g > 2$  esetén?
- $g = r$ -re általános Gabow

## Sejtés (Gabow)

*Legyen  $B$  és  $B'$  egy matroid két diszjunkt bázisa. Ekkor van  $r$  szimmetrikus cseréből álló sorozat, amely  $(B, B')$ -t  $(B', B)$ -be viszi.*

## Sejtés (általános Gabow)

*Legyenek  $B_1, \dots, B_k$  egy  $r$  rangú matroid diszjunkt bázisai. Ekkor  $B_1 \cup \dots \cup B_k$  elemei permutálhatók úgy, hogy bármely  $r$  ciklikusan egymást követő elem bázist alkot, és bármely  $B_i$  elemei  $r$  ciklikusan egymást követő elem.*

## Sejtés (White)

*Legyen  $(R_1, B_1)$  és  $(R_2, B_2)$  egy matroid két bázispárja, melyek multiuniója megegyezik. Ekkor van szimmetrikus cserékből álló sorozat, amely  $(R_1, B_1)$ -et  $(R_2, B_2)$ -be viszi.*

## Sejtés (generalized White)

*Legyen  $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  és  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$  két bázis- $k$ -as, melyek multiuniója megegyezik. Ekkor van szimmetrikus cserékből álló sorozat, amely  $X$ -et  $Y$ -ba viszi.*

## Sejtés (Hamidoune)

*Legyen  $(R_1, B_1)$  és  $(R_2, B_2)$  egy matroid két bázispárja, melyek multiuniója megegyezik. Ekkor van szimmetrikus cserékből álló, legfeljebb  $r$  hosszú sorozat, amely  $(R_1, B_1)$ -et  $(R_2, B_2)$ -be viszi.*

## Sejtés (súlyozott Hamidoune)

*Legyen  $(R_1, B_1)$  és  $(R_2, B_2)$  egy matroid két bázispárja, melyek multiuniója megegyezik, és legyen  $w: S \rightarrow \mathbb{R}_+$  súlyfüggvény. Ekkor van szimmetrikus cserékből álló, legfeljebb  $w(R_1 \cup B_1)$  összsúlyú sorozat, amely  $(R_1, B_1)$ -et  $(R_2, B_2)$ -be viszi.*

- ciklikus csere és súlya

## Sejtés (általános Hamidoune)

*Legyen  $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  és  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$  két bázis- $k$ -as, melyek multiuniója megegyezik. Ekkor van ciklikus cserékből álló, legfeljebb  $r$  hosszú sorozat, amely  $X$ -et  $Y$ -ba viszi.*

## Sejtés (általános súlyozott Hamidoune)

*Legyen  $X = (X_1, X_2, \dots, X_k)$  és  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_k)$  két bázis- $k$ -as, melyek multiuniója megegyezik, és legyen  $w: S \rightarrow \mathbb{R}_+$  súlyfüggvény. Ekkor van ciklikus cserékből álló, legfeljebb  $w(X)/k$  összsúlyú sorozat, amely  $X$ -et  $Y$ -ba viszi.*

- általános White paving és split matroidokra
- általános Hamidoune
- cikkírás az eddigiekből

Köszönöm a figyelmet!