

# Matematikus és alkalmazott matematikus MSc

## Biztosítási és pénzügyi matematika MSc

### Szakdolgozati témajavaslatok

2020/2021

Az alábbiakban a szakdolgozati témajavaslatokat tanszékenkénti bontásban soroljuk föl. Természetesen nemcsak a felsorolt témákról lehet szakdolgozatot írni: a témavezetővel való személyes egyeztetés után egyéb témakörök is szóba jöhetnek.

---

#### Algebra és Számelmélet Tanszék

---

#### 1. *Téma: Algebrák reprezentációdimenziója*

*Témavezető:* Ágoston István

*Rövid leírás:* Auslander az 1970-es évek elején vezette be az algebrák reprezentációdimenziójának fogalmát: ez a dimenzió homologikus eszközökkel méri azt, hogy egy algebra milyen messze van a reprezentációvégelességtől. Auslander bizonyította, hogy egy algebra pontosan akkor reprezentációvéges, ha  $\text{rep. dim } A \leq 2$ . Sokáig nem volt ismeretes, hogy  $\text{rep. dim } A$  mindig véges-e; ezt Iyama bizonyította egy 2003-as cikkében. Igusa és Todorov 2005-ben megmutatták, hogy ha egy algebra reprezentációdimenziója legföljebb 3, akkor a finitisztikus dimenziója véges (általános véges dimenziós algebrákra ez a homologikus algebra egyik legismertebb megoldatlan sejtése). Sajnos, ezzel lényegében egyidőben (2006-ban) Rouquier mutatott példát olyan algebrákra, melyek reprezentációdimenziója 4 (ezt megelőzően ilyen példa sem volt ismeretes). Azóta számos eljárás született nagy dimenziójú algebrák konstruálására, de a finitisztikus dimenzióval való kapcsolat még számos kiderítenivalót rejt, s a fogalom kutatása meglehetősen nyitott.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] M. Auslander: Representation dimension of Artin algebras. *Queen Mary College Mathematics Notes, London.* (1971)
- [2] O. Iyama: Finiteness of representation dimension. *Proc. Am. Math. Soc.* **131** (2003), 1011–1014.
- [3] K. Igusa, G. Todorov: On the finitistic global dimension conjecture for Artin algebras. *Repr. of Algebras and Related Topics.* Am. Math. Soc. (2005), 201–204.
- [4] R. Rouquier: Representation dimension of exterior algebras. *Invent. Math.* **165** (2006), 357–367.
- [5] S. Opperman: A lower bound for the representation dimension of  $kC_p^n$ . *Math. Z.* **256** (2007), 481–490.

*Szak:* matematikus

## 2. *Téma: Korrelációs egyenlőtlenségek a többdimenziós normális eloszlásra*

*Témavezető:* Frenkel Péter

*Rövid leírás:* Negyven évig nyitott sejtés volt, hogy a többdimenziós normális eloszlásra nézve bármely két centrálszimmetrikus konvex halmaz nemnegatívan korrelált. Néhány évvel ezelőtt Thomas Royen nyugdíjas statisztikaprofesszor ezt bebizonyította. Az eredeti cikk nehezen olvasható, de Franck Barthe lepárolt belőle egy nagyon világos leírást. Az alábbi irodalomjegyzékben lévő másik cikk egy másfajta, kettőnél több tényezőes korrelációs egyenlőtlenséget tárgyal a többdimenziós normális eloszlásra vonatkozóan. Ezeket és más kapcsolódó cikkeket lehetne feldolgozni a diplomamunkában.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Franck Barthe: *L'inégalité de corrélation gaussienne [d'après Thomas Royen]*, Séminaire BOURBAKI 69<sup>ème</sup> année, 2016-2017, no 1124, <https://www.bourbaki.fr/TEXTES/1124.pdf>
- [2] P.E. Frenkel: *Pfaffians, Hafnians and products of real linear functionals*. Math. Res. Lett. 15 (2008), no. 2, 351-358., arXiv:0704.0028

*Szak:* matematikus

## 3. *Téma: Pseudovéletlen bináris sorozatok és rácsok*

*Témavezető:* Gyarmati Katalin

*Rövid leírás:* A kriptográfiában meghatározó szerepet játszó pseudovéletlen bináris sorozatok és rácsok konstrukciója és tanulmányozása

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A. J. Menezes, P. C. van Oorschot, Scott A. Vanstone, *Handbook of Applied Cryptography*
- [2] C. Mauduit, A. Sárközy, On finite pseudorandom binary sequences. I. Measure of pseudorandomness, the Legendre symbol

*Szak:* matematikus.

## 4. *Téma: Eliminációelmélet*

*Témavezető:* Károlyi Gyula

*Rövid leírás:* Hogyan lehet szisztematikusan megoldani magasabbfokú egyenletrendszeret? A kérdés minőségi vizsgálata a projektív algebrai geometria eszközeivel.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] D.A. Cox, J.B. Little, D. O'Shea: *Ideals, Varieties, and Algorithms* további fejezetei

*Szak:* matematikus

## 5. *Téma: Általános algebrák, hálók*

*Témavezető:* Kiss Emil

*Rövid leírás:* Az általános algebráknak az utóbbi évtizedekben mély elmélete alakult ki. Az alapok elsajátítása mellett szabadon lehet választani olyan témákból, mint teljességi kérdések, kommutátorelmélet, kongruenciaszelídítés, a szubdirekt irreducibilis algebrák viselkedése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Kiss: Bevezetés az algebrába, 8. fejezet
- [2] Hobby–McKenzie: The structure of finite algebras

*Szak:* matematikus

## 6. *Téma: Öröklődő kongruenciahálók*

*Témavezető:* Pálffy Péter Pál

*Rövid leírás:* Az univerzális algebra talán legnevezetesebb megoldatlan problémája a véges algebra kongruenciahálóinak jellemzése. Még egyetlen véges hálóról sem sikerült bizonyítani, hogy ne lehetne egy véges algebra kongruenciahálója, bár vélhetően a hálók nagy része nem áll így elő. Snow a legkisebb moduláris de nem disztributív hálóvarietás véges tagjairól mutatta meg, hogy előállíthatók véges algebra kongruenciahálóiként. Ezt Hegedűs és Pálffy általánosították és bevezették az öröklődő kongruenciaháló fogalmát. A szakdolgozat célja ezeknek az eredményeknek a feldolgozása és esetleg további öröklődő kongruenciahálók konstruálása.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Hegedűs Pál és Pálffy Péter Pál, Modular congruence lattices, *Algebra Universalis* **54** (2005), 105–120.
- [2] John Snow, Every lattice in  $V(M_3)$  is representable, *Algebra Universalis* **50** (2003), 75–81.

*Szak:* matematikus.

## 7. *Téma: Homogén struktúrák*

*Témavezető:* Szabó Csaba

*Rövid leírás:* A véletlen gráf mintájára létezik véletlen részbenrendezett halmaz, véletlen lánc és véletlen Abel-csoport is. Ezek az úgynevezett homogén struktúrák modellelméleti és csoportelméleti (végtelen permutációcsoportok) eszközökkel vizsgálhatók.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] H.D. Macpherson, A survey of homogeneous structures. *Discrete Mathematics* **311** (2011), 1599–1634
- [2] <http://www.mathematik.uni-muenchen.de/~jberger/mac.pdf>

*Szak:* matematikus

## 8. *Téma: A $p$ -adikus Langlands-program*

*Témavezető:* Zábrádi Gergely

*Rövid leírás:* A  $p$ -adikus csoportok  $p$ -adikus reprezentációelmélete a matematika egy viszonylag új, dinamikusan fejlődő ága, melynek komoly alkalmazásai vannak az algebrai számelméletben. A Langlands program arról szól, hogy bizonyos Galois reprezentációknak próbálunk (viszonylag jól meghatározható szisztematikus módon) megfeleltetni bizonyos automorf reprezentációkat. Az úgynevezett  $p$ -adikus Langlands-programban az automorf oldalon a  $GL_n(\mathbb{Q}_p)$  csoport (és további, ennél általánosabb csoportok)  $p$ -adikus Banach-tér reprezentációi, a Galois oldalon pedig a  $\text{Gal}(\overline{\mathbb{Q}_p}/\mathbb{Q}_p)$  abszolút Galois csoportnak  $p$ -adikus reprezentációi állnak, ahol  $\mathbb{Q}_p$  a  $p$ -adikus számok teste,  $\overline{\mathbb{Q}_p}$  pedig annak algebrai lezártja. A szakdolgozat a hallgató érdeklődésétől függően szólhat vagy csak a Galois-oldalról, vagy csak az automorf oldalról, vagy akár ezek kapcsolatáról.

*Ajánlott irodalom:* angol, ill. francia nyelvű szakcikkek, előadásjegyzetek a szakdolgozó érdeklődésétől függően, többek között:

- [1] Pierre Colmez: Représentations de  $GL_2(Q_p)$  et  $(\varphi, \Gamma)$ -modules
- [2] Peter Schneider és Jeremy Teitelbaum: Banach space representations and Iwasawa theory

[3] Laurent Berger: Galois representations and  $(\varphi, \Gamma)$ -modules  
*Szak:* matematikus.

---

## Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tanszék

---

### 1. *Téma:* IMEX sémák reakció-diffúzió egyenletek numerikus megoldásához.

*Témavezető:* Izsák Ferenc

*Rövid leírás:* Nemlineáris időfüggő PDE rendszerek numerikus megoldására célszerű lenne implicit módszereket használni a stabilitás biztosításához, azonban ez lépésenként több iterációt igényel. Egy jó ötlet, hogy bizonyos egyenletekre csak a (diffúziót jelentő) lineáris tagot kezeljük impliciten, a másikat expliciten, amivel az egyes időlépések kiszámítása gyors lesz. Mennyit veszít a módszer a stabilitásából? Erre vonatkozó elméleti eredmények áttekintése, és (mintázatképződési modellekhez kapcsolódó) gyakorlati szimulációk elvégzése lenne a dolgozat célja.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] N. Muiyinda et. al., On the linear stability of some finite difference schemes for nonlinear reaction-diffusion models of chemical reaction networks, *Commun. Appl. Ind. Math.* 9 (1), 2018, 121-140.
- [2] U. M. Ascher, S. J. Ruuth, and B. T. R. Wetton, Implicit-explicit methods for time-dependent partial differential equations, *SIAM J. Numer. Anal.*, vol. 32, no. 3, pp. 797-823, 1995.

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

### 2. *Téma:* Nemlineáris lemezegyenlet numerikus megoldása

*Témavezető:* Karátson János

*Rövid leírás:* Egy vékony rugalmas-képlékeny lemez deformációját egy negyedrendű nemlineáris elliptikus parciális differenciálegyenlet írja le. Az első cél a feladat alakjának megértése és a gyenge megoldás egyértelmű létezésének levezetése a másodrendű analógia alapján. Ezután következik a numerikus megoldás konstrukciója és konvergenciájának igazolása, ahol a megoldási módszer részei: végeselemes diszkretizáció, majd külső-belső iteráció (ebben Newton-típusú linearizálás és konjugált gradiens-módszer ötvözése). A záró feladat egy program elkészítése egy egyszerű esetben (négyzettartomány és tenzorszorzat-elemek).

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Faragó I., Karátson J., Numerical Solution of Nonlinear Elliptic Problems via Preconditioning Operators: Theory and Application, *NOVA Science Publishers, New York*, (2002)
- [2] Karátson J., Numerikus funkcionálanalízis, *Typotex*, 2014.
- [3] Sommendrücker, E., Ratnani, A., Advanced Finite Element Methods, *Lecture notes, Max Planck Institut München*, 2016.

*Szak:* alkalmazott matematikus

### 3. *Téma:* Sztochasztikus PDE-k és alkalmazásaik

*Témavezető:* Sikolya Eszter

*Rövid leírás:* A hallgató a sztochasztikus parciális differenciálegyenletek operátorfelcsoport-elméleti megközelítéséből dolgoz fel egy hozzá közel álló fejezetet, ill. alkalmazza egy adott problémára (megbeszélés alapján).

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Stochastic Evolution Equations, Lecture notes of the Internet Seminar 2007/08  
<https://fa.its.tudelft.nl/neerven/publications/notes/ISEM.pdf>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus MSc

**4. Téma: Numerikus értékkészlet** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Tarcsay Zsigmond

*Rövid leírás:* Banach-algebrában egy elem spektruma kizárólag az algebrai struktúrától és nem pedig magától a normától függ. A numerikus értékkészlet ezzel szemben egy olyan részhalmaza az alaptestnek, amely a algebrai és a norma struktúrát egyaránt tükrözi. A szakdolgozat célja a numerikus értékkészlettel kapcsolatos leglényegesebb eredmények bemutatása.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] F.F. Bonsall, J. Duncan, Numerical ranges of operators on normed spaces and elements of normed algebras, Cambridge University press  
[2] K.E. Gustafson, D.K.M Rao, Numerical range, Springer Verlag

*Szak:* alkalmazott matematikus MSc

**5. Téma: Topologikus vektorterek tenzorszorzata** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Tarcsay Zsigmond

*Rövid leírás:* -

*Ajánlott irodalom:* -

*Szak:* matematikus MSc

**6. Téma: Pozitív operátorok lokálisan konvex tereken** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Tarcsay Zsigmond

*Rövid leírás:* -

*Ajánlott irodalom:* -

*Szak:* matematikus MSc

**7. Téma: A Bodenstein-Lind mechanizmus vizsgálata numerikus módszerekkel** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Valkó Éva

*Rövid leírás:* -

*Ajánlott irodalom:* -

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus MSc

1. **Téma: Lorenz típusú leképezések dinamikája** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Buczolic Zoltán

*Rövid leírás:* Lorenz típusú leképezések és azok forgatási számához kapcsolódó kérdések vizsgálata. (Az adott témára már van előzetes jelentkező.)

*Ajánlott irodalom:*

- [1] W. Geller and M. Misiurewicz, Farey-Lorenz permutations for interval maps (preprint).
- [2] Ll. Alsedà, J. Llibre, M. Misiurewicz and C. Tresser, Periods and entropy for Lorenz-like maps, *Ann. Inst. Fourier, Grenoble* 39 (1989), 929–952.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

2. **Téma: Fraktálok, geometriai mértékelmélet, multifraktálok**

*Témavezető:* Buczolic Zoltán

*Rövid leírás:* A fenti nagy témakör valamelyik érdekes, modern alfejezetének feldolgozása esetleg bekapcsolódás a témakörben folyó kutatómunkába.

A lehetséges részterületek például a következők: Dimenziófogalmak, Sűrűségi tételek, Irregularis halmazok, Multifraktál analízis, tangens mértékek, mértékek dimenziói, rektifikálhatóság, korlátos változású (BV) halmazok, topologikus Hausdorff dimenzió.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Falconer, K. J. The geometry of fractal sets. Cambridge Tracts in Mathematics, 85. Cambridge University Press, Cambridge, 1986. xiv+162 pp,
- [2] Falconer, Kenneth Techniques in fractal geometry. John Wiley and Sons, Ltd., Chichester, 1997. xviii+256,
- [3] Falconer, Kenneth Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Second edition. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2003. xxviii+337 pp.,
- [4] Mattila, Pertti Geometry of sets and measures in Euclidean spaces. Fractals and rectifiability. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 44. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Ambrosio, Luigi; Fusco, Nicola; Pallara, Diego Functions of bounded variation and free discontinuity problems. Oxford Mathematical Monographs. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 2000.
- [6] Z. Buczolic, Non- $L^1$  functions with rotation sets of Hausdorff dimension one, *Acta Mathematica Hungarica* 126:(1-2) pp. 23-50, (2010),
- [7] Z. Buczolic and A. Máthé, Where are typical  $C^1$  functions one-to-one?, *Math. Bohem.* 131 (2006), no. 3, 291–303.
- [8] Z. Buczolic, Occupation measure and level sets of the Weierstrass-Cellerier function. Recent developments in fractals and related fields, 3-18, *Appl. Numer. Harmon. Anal.*, Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 2010.
- [9] R. Balka, Z. Buczolic and M. Elekes, A new fractal dimension: The topological Hausdorff dimension. <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/BBE.pdf>,
- [10] R. Balka, Z. Buczolic and M. Elekes, Topological Hausdorff dimension and level sets of generic continuous functions on fractals, <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/levelset110828.pdf>.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 3. *Téma: Dinamikus rendszerek, ergodelmélet*

*Témavezető:* Buczolic Zoltán

*Rövid leírás:* A fenti nagy témakörök valamelyik érdekes, modern alfejezetének feldolgozása esetleg bekapcsolódás a témakörben folyó kutatómunkába.

A lehetséges részterületek például a következők: Entrópia fogalmak, topologikus dinamika, szimbolikus dinamika, ergodtételek, maximális egyenlőtlenségek, nem konvencionális ergodikus közepek, ergodikus optimalizáció.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Petersen, Karl Ergodic theory. Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 2. Cambridge University Press, Cambridge, 1983.,
- [2] Walters, Peter An introduction to ergodic theory. Graduate Texts in Mathematics, 79. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.
- [3] B. Hasselblatt, A. Katok: A first course in dynamics. With a panorama of recent developments. Cambridge University Press, New York, 2003.
- [4] A. Katok, B.Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [5] Robert L. Devaney: An introduction to chaotic dynamical systems. Second edition. Addison Wesley Studies in Nonlinearity. Addison Wesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.
- [6] D. Lind, B. Marcus, An introduction to symbolic dynamics and coding. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [7] Jenkinson, Oliver Ergodic optimization. Discrete Contin. Dyn. Syst. 15 (2006), no. 1, 197-224.
- [8] A témavezető cikkeiből: Z. Buczolic and D. Mauldin, Divergent Square Averages, Annals of Mathematics, 171, pp. 1479-1530,
- [9] I. Assani and Z. Buczolic, The  $(L^1, L^1)$  bilinear Hardy-Littlewood function and Fürstenberg averages, Rev. Mat. Iberoamericana Volume 26, Number 3 (2010), 861-890,
- [10] Z. Buczolic, Almost everywhere convergence of ergodic averages, Real Anal. Exchange 34 (2009), no. 1, 1-15.
- [11] K. M. Brucks and Z. Buczolic, Trajectory of the turning point is dense for a co- $\sigma$ -porous set of tent maps, Fund. Math. 165 (2000), 95-123.
- [12] K. M. Brucks and Z. Buczolic, Universality in inverse limit spaces of the logistic family occurs with positive measure, Atti. Sem. Univ. Modena, 48 (2000), no. 2, 335-353.
- [13] J. Bremont and Z. Buczolic, Maximizing points and coboundaries for rotations, <http://www.cs.elte.hu/%7Ebuczo/papers/cbdetds.pdf>.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 4. *Téma: Geometriai mértékelmélet*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A témát azoknak ajánlom, akik elvégezték a "Geometriai mértékelmélet" kurzust. A szakdolgozó feladata az ott megismert valamelyik anyagrész részletesebb megismerése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén a kapcsolódó nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Megbeszélés szerint

*Szak:* matematikus

## 5. *Téma: Leíró halmazélmélet*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A témát azoknak ajánlom, akik elvégezték a "Leíró halmazélmélet" kurzust. A szakdolgozó feladata az ott megismert valamelyik anyagrész részletesebb megismerése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén a kapcsolódó nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Megbeszélés szerint

*Szak:* matematikus

## 6. *Téma: Valós analízis és halmazelmélet*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A tágan értelmezett valós analízisben, amelybe beleértjük például a leíró halmazelméletet és a geometriai mértékelméletet is, gyakran bukkan fel a halmazelmélet. Sokszor bizonyítási módszerként, időnként már a kérdésfelvetésben, és néha azért, mert egy kérdés váratlanul függetlennek bizonyul a *ZFC* axiómarendszerrel. A szakdolgozó feladata egy ilyen téma megismerése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén a kapcsolódó nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Megbeszélés szerint

*Szak:* matematikus

## 7. *Téma: Konkrét univerzális objektumok*

*Témavezető:* Elekes Márton

*Rövid leírás:* A matematika számos területén fontos, hogy objektumok egy osztályában van-e olyan, amelybe minden osztálybeli objektum beágyazható, illetve amelynek minden osztálybeli objektum homomorf képe. Az ilyeneket injektíven illetve projektíven univerzálisoknak nevezzük. Injektíven univerzális például a  $(\mathbb{Q}, <)$  megszámlálható rendezett halmaz, a véletlen gráf, a Hilbert-kocka mint kompakt topologikus tér,  $C[0, 1]$  mint szeparábilis Banach-tér,  $T^{\mathbb{N}}$  mint kompakt metrikus Abel csoport, az úgynevezett Uriszon-tér mint szeparábilis metrikus tér, stb. Projektíven univerzális pedig például a szabad csoport, a Cantor-halmaz mint kompakt topologikus tér, az irracionális számok mint lengyel tér, stb. A szakdolgozó feladata az irodalom összegyűjtése és feldolgozása, valamint kellő elszántság esetén ilyen típusú nyitott problémák tanulmányozása lenne.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Megbeszélés szerint

*Szak:* Matematikus

## 8. *Téma: Polinomokra és trigonometrikus összegekre vonatkozó egyenlőtlenségek és alkalmazásaik*

*Témavezető:* Kós Géza



*Rövid leírás:* Olyan becslések vizsgálata, amelyben különböző, az együtthatókra vagy a gyökökre vonatkozó megkötések mellett a polinom vagy deriváltja értékeinek vagy gyökeinek eloszlását vizsgáljuk. (Pl. ha egy  $n$ -edfokú polinomnak minden együtthatója 1, 0 vagy  $-1$ , akkor legfeljebb hányszoros gyöke lehet az 1?)

*Ajánlott irodalom:* Peter Borwein és Erdélyi Tamás cikkei

*Szak:* matematikus

**9. Téma: Kombinatorikus Nullhelytétel multihalmazokra**

*Témavezető:* Kós Géza

*Rövid leírás:* A polinom-módszer, főleg a Noga Alon féle Combinatorial Nullstellensatz és általánosításai és ezek alkalmazásai kombinatorikai problémák megoldásában.

*Ajánlott irodalom:*

[1] N. Alon: Combinatorial Nullstellensatz

[2] S. Ball, O. Serra: Punctured Combinatorial Nullstellensätze

[3] G. Kós, L. Rónyai: Alon's Nullstellensatz for multisets

*Szak:* matematikus

**10. Téma: A törtekalkulus és alkalmazásai, avagy mi legyen egy függvény  $\sqrt{2}$ -edik deriváltja?**

*Témavezető:* Kós Géza

*Rövid leírás:* Függvényeket pozitív egész számszor szoktunk differenciálni vagy integrálni. Ki lehet-e terjeszteni ezt az operációt nem egész indexekre, vagy éppen komplex számokra?

*Ajánlott irodalom:* A Fourier- és Laplace-transzformáltról, továbbá a  $\Gamma$ -függvényről szóló könyvfejezetek, jegyzetek

*Szak:* matematikus

**11. Téma: Fonat csoportok**

*Témavezető:* Sigray István

*Rövid leírás:* A fonat csoport rendkívül sok helyen bukkan fel. (Algebra, csomóelmélet, Riemann felületek). A szakdolgozat e gazdag témakör valamely részének feldolgozása, összefoglalása, esetleg önálló eredmény leírása.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Hansen: Braids and Coverings: Selected Topics (London Mathematical Society Student Texts)

*Szak:* matematikus

**12. Téma: Komplex dinamikai problémák**

*Témavezető:* Sigray István

*Rövid leírás:* Milnor: Dynamics in One Complex Variable c. könyvében levő feladatok megoldása, és a hozzájuk tartozó elmélet leírása

*Ajánlott irodalom:*

[1] Milnor: Dynamics in One Complex Variable

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

**13. Téma: Kvázikonform leképezések alkalmazásai**

*Témavezető:* Sigray István

*Rövid leírás:* A kvázikonform leképezések klasszikus alkalmazásainak egyikét kell színvonalasan, jól érthetően leírni.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Lars V. Ahlfors: Quasiconformal mappings.

*Szak:* matematikus

#### 14. **Téma: Többváltozós komplex függvénytan**

*Témavezető:* Szőke Róbert

*Rövid leírás:* Ismerkedés a többdimenziós komplex analízis és geometria néha szokatlan világával. A szakdolgozat célja: könyvfejezet, ill. cikkek feldolgozása. Előismeret a többváltozós komplex függvénytanban nem szükséges.

*Ajánlott irodalom:* A választott konkrét témától függően angol nyelvű könyvfejezet, cikkek.

*Szak:* matematikus

#### 15. **Téma: Geometriai kvantálás**

*Témavezető:* Szőke Róbert

*Rövid leírás:* A geometriai kvantálás egy  $M$  Riemann sokasághoz (konfigurációs tér) egy  $H$  Hilbert teret rendel hozzá kanonikus módon. Az  $M$ -en definiált függvényeknek  $H$ -n definiált operátorok felelnek meg. A project célja megismerkedni ezzel az elmélettel, és az adaptált komplex struktúrákkal.

*Ajánlott irodalom:*

[1] N.M.J. Woodhouse: Geometric quantization, 2nd ed, Clarendon Press, 1991

[2] L.Lempert, R. Szőke: Global solutions of the homogeneous complex Monge-Ampère equation and complex structures on the tangent bundle of Riemannian manifolds, Math. Ann., vol290, 1991, pp.689-712

[3] L. Lempert, R. Szőke: A new look at adapted complex structures, Bull. LMS, vol44, 2012, pp. 367-374

[4] L. Lempert, R. Szőke: Direct images, fields of Hilbert spaces and geometric quantization, Comm. Math. Phys., vol 327, 2014, pp. 49-99

*Szak:* matematikus

#### 16. **Téma: Spektrális sorozatok és alkalmazásaik a homotopikus csoportok kiszámolására**

*Témavezető:* Szűcs András

*Rövid leírás:* 1. A spektrális sorozat

2. Atiyah - Hirzebruch spektrális sorozat.

3. Serre spektrális sorozata. Mod  $C$  eredmények a homotopikus csoportokról.

4. Adams spektrális sorozat.

*Szak:* matematikus

#### 17. **Téma: A Pontrjagin–Thom-módszer általánosításai**

*Témavezető:* Szűcs András

*Rövid leírás:* 1. Immerziók kobordizmusai

2. Szinguláris leképezések kobordizmusai.

*Szak:* matematikus

**18. Téma: Moduláris formák numerikus módszerei**

*Témavezető:* Tóth Árpád

*Rövid leírás:* A moduláris formák a hiperbolikus (Bolyai-Lobacsevszkij) sík speciális szimmetriacsoportjaira nézve invariáns függvények. Ezen függvények elmélete a számelmélet, geometria, reprezentációelmélet, parciális differenciálegyenletek határterületén helyezkedik el, de legerősebb a számelméleti jelleg.

A projekt célja nagyobb rálátás megszerzése ezen formákra és általánosításaikra, numerikus módszerek segítségével.

*Ajánlott irodalom:* Személyes megbeszélés alapján.

*Szak:* matematikus

**19. Téma: Hurkolódási számok speciális 3-sokaságokon**

*Témavezető:* Tóth Árpád

*Rövid leírás:* Két térbeli csomó hurkolódási számára a körülfordulási számhoz hasonlóan analitikus kifejezés adható. Ezt először Gauss (1832) és Maxwell (1867) adta meg. A formula kiterjeszthető az egységgömbre, a hiperbolikus térre. A projekt célja a kiterjesztés a többi Thurston féle modell geometriára, elsősorban az  $\tilde{SL}_2$  típusra.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] DeTurck, Dennis, and Herman Gluck. "Electrodynamics and the Gauss linking integral on the 3-sphere and in hyperbolic 3-space." *Journal of Mathematical Physics* 49.2 (2008): 023504.

*Szak:* matematikus

**20. Téma: Exponenciális összegek a moduláris formák elméletében**

*Témavezető:* Tóth Árpád

*Rövid leírás:* Az exponenciális összegek (klasszikusan trigonometrikus összegek) aritmetikailag meghatározott komplex számok összegei. Maga Gauss volt az első aki észrevette, hogy ezek úgy viselkednek mint véletlen síkbeli vektorok összegei, és az összeg lényegesen kisebb a tagok számánál. Az elmélet kiterjesztése Artin, Weil és Deligne nevéhez fűződik. Ezek a becslések nagyon fontos szerepet játszanak a számelméletben. A konkrét feladat magasabb rangú moduláris formák elméletében megjelenő exponenciális összegek becslése. Ez kapcsolódik mind a Lie csoportok, mind az algebrai geometria területéhez.

*Ajánlott irodalom:* Személyes megbeszélés alapján.

*Szak:* matematikus

---

## Geometriai Tanszék

---

**1. Téma: Véges testek  $q$ -polinomjai**

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Legyen  $q$  egy prímszám,  $n$  pozitív egész, és tekintsük  $F_{q^n}$ -et, a  $q^n$  elemű véges testet. Erre a testre tekinthetünk úgy is, mint a  $q$  elemű  $F_q$  test feletti  $n$ -dimenziós  $V$  vektortérre.  $V$   $F_q$ -lineáris transzformációi egy-egy értelműen megfelelnek az alábbi módon definiált  $F_{q^n}[X]$ -beli  $q$ -polinomoknak (más néven *linearizált* polinomoknak):

$\mathcal{L}_{n,q} := \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} a_i X^i : a_i \in F_{q^n} \right\}$ . Ha  $f \in \mathcal{L}_{n,q}$ , akkor könnyen látható, hogy  $f$  valóban  $F_q$ -lineáris (minden  $x, y \in F_{q^n}$  és  $\lambda, \mu \in F_q$  esetén  $f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y)$ ), tehát  $f$  gyökei illetve értékészlete  $F_q$ -alteret alkotnak. Nevezük  $f$  polinom *rangjának* a neki megfelelő lineáris transzformáció rangját, vagyis  $\mathfrak{S}(f)$  altér  $F_q$ -feletti dimenzióját. Feladat lenne a  $q$ -polinomokra és alkalmazásaikra vonatkozó (angol nyelvű) irodalom összefoglalása. Hogyan állapítható meg  $f \in \mathcal{L}_{n,q}$  rangja az együtthatóinak az ismeretében? (Dickson mátrixok, Moore mátrixok és különböző lineáris algebrai illetve elimináció elméleti módszerek alkalmazása) Speciális  $f \in \mathcal{L}_{n,q}$  polinomok keresése aktív kutatási téma, erre is lenne esély (komputer algebrai rendszerek is segíthetnek).

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

## 2. Téma: MRD kódok

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Jelölje  $F_q$  a  $q$ -elemű véges testet és tekintsük az  $F_q^{n \times m}$ -et, vagyis az  $n \times m$ -es  $F_q$ -feletti mátrixok gyűrűjét. Könnyen belátható, hogy ha egy  $\mathcal{C} \subseteq F_q^{n \times m}$  részhalmaz bármely két  $a, b$  elemére  $a - b$  rangja legalább  $d$ , akkor  $|\mathcal{C}| \leq q^{\max\{n,m\}(\min\{n,m\}-d+1)}$ . Ha  $\mathcal{C}$  mérete eléri ezt a felső korlátot, akkor *maximum rank distance* (MRD) kódnak nevezik. Ha ezen kívül még az is teljesül, hogy  $\mathcal{C}$   $F_q$ -altér  $F_q^{n \times m}$ -ben, akkor lineáris MRD kódról beszélünk. Feladat lenne a klasszikus, Delsarte-tól és Gabidulin-tól származó konstrukciók és alapvető fogalmak ismertetése, a különböző reprezentációk és konstrukciós módszerek bemutatása az (angol nyelvű) szakirodalom alapján. Aktív kutatási területről van szó, új példák találására is van esély (komputer algebrai rendszerek is segíthetnek).

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

## 3. Téma: Segre "érintők lemmája"

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Az "érintők lemmája" az 1950-es években keletkezett, Beniamino Segre ennek segítségével bizonyította, hogy páratlan rendű véges projektív síkon minden ovális kúpszelet. Azóta a módszernek rengeteg alkalmazása született, használták nucleus-ok, Kakeya halmazok, érintő mentes halmazok, kevés páratlan szelővel rendelkező halmazok, szemioválisok és ívek kutatásában is. 2010-ben Simeon Ball a lemmának egy *coordinate free* változatát ismertette, ezzel a módszerrel jelentősen egyszerűsödtek a számolások és így új eredményeket sikerült elérni, korábbiakat megjavítani. Feladat lenne a módszer minél több alkalmazásának a bemutatása, hasznos lehet és jobb eredményekhez vezethet a coordinate free változattal megismételni a régi bizonyításokat, illetve új eredmények elérésére is van lehetőség.

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

## 4. Téma: Kakeya probléma véges test felett

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Jelölje  $AG(n, q)$  a  $q$  elemű test feletti  $n$ -dimenziós affin teret. A véges test feletti Kakeya probléma arra kérdez rá, hogy mi lehet egy olyan  $S \subseteq AG(n, q)$  ponthalmaz legkisebb mérete amely minden irányban tartalmaz teljes egyenest. Dvir egy polinomos

ötletét felhasználva Alon és Tao igazolta a  $c_n q^n$ -es alsó korlátot, ahol  $c_n$  egy csak az  $n$ -től függő konstans. Az  $n = 2$  és  $q$  páratlan esetben ezt Ball, illetve Blokhuis és Mazzocca  $q(q+1)/2 + (q-1)/2$ -re javította az affin lefogóhalmazok méretére vonatkozó alsó korlát, illetve kettős leszámolás segítségével. Utóbbi szerzőpáros Segre típusú módszerekkel karakterizálta azokat a ponthalmazokat melyek mérete pontosan ekkora. Feladat lenne a fenti eredmények bizonyítását és néhány kapcsolódó eredményt, esetleg általánosítást, bemutatni, újragondolni. Érdekes és nyitott kérdés, hogy milyen alsó korlát adható nem Desarguesi síkok esetén.

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

## 5. Téma: Semifield-ek ("nem asszociatív ferdetestek")

*Témavezető:* Csajbók Bence

*Rövid leírás:* Véges geometriában *pre-semifield*-nek olyan algebrai struktúrát neveznek ami teljesíti a ferdetestek összes axiómáját, kivéve hogy a szorzás nem kell, hogy asszociatív legyen és nem kell, hogy legyen egységeleme. Amennyiben a szorzásnak van egységeleme, akkor *semifield*-ről beszélünk. Illusztrálásként: Legyen  $p$  egy prím szám,  $n$  pozitív egész, és tekintsük a  $p^n$ -elemű  $F_{p^n}$  véges testet, melyen most egy új szorzást (jelöljük  $\circ$ -vel) fogunk definiálni. Minden  $x, y \in F_{p^n}$ -re legyen  $x \circ y = xy^q - cx^qy$ , ahol  $q = p^m$ ,  $0 < m < n$ , és  $c$  egy rögzített  $F_{p^n} \setminus \{0\}$ -beli elem, aki nincsen benne az  $\{x^{q^{-1}}: x \in F_{p^n} \setminus \{0\}\}$  multiplikatív részcsoportban. Nem nehéz belátni, hogy így *pre-semifield*-et kapunk, melyből egy általános módszer segítségével *semifield* konstruálható, jelen példánkban az Albert féle úgynevezett *twisted semifield*. Feladat lenne véges elemszámú *semifield*ek alapvető tulajdonságainak az (angol nyelvű) szakirodalom alapján történő feldolgozása és néhány példa részletes bemutatása. Érdeklődés esetén ezek kapcsolata nem Desarguesi véges projektív síkokkal.

*Ajánlott irodalom:* Kiss Gy. és Szőnyi T.: Véges geometriák, Polygon Kiadó Szeged, 2001  
*Szak:* matematikus

## 6. Téma: Integráltranszformációk

*Témavezető:* Csikós Balázs

*Rövid leírás:* Egy  $\mathbb{R}^n$ -en értelmezett kompakt tartójú sima  $f$  függvény Radon-transzformáltja egy olyan függvény, mely a tér hipersíkjain van értelmezve, és egy hipersíkhoz az  $f$  függvénynek a hipersíkon vett integrálja értékét rendeli hozzá. Az elmélet fő kérdése, hogy  $f$  miként rekonstruálható a Radon-transzformáltjának ismeretében. A Radon-transzformáció elmélete kulcsfontosságú a modern tomográfiában. A Radon-transzformáció gömbi analogonja a Funk-transzformáció. A Funk-transzformációnak is egy szép elmélete van, mely összefonódik a gömbi harmonikus függvények elméletével. Több konvex geometriai rekonstrukciós probléma háttérében a Funk-transzformáció áll. A szakdolgozat célja a Radon-transzformáció, vagy valamely rokona esetén az alapvető tételek, inverziós formulák és az alkalmazások bemutatása.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Daniel Hug, Rolf Schneider: Kinematic and Crofton formulae of integral geometry: recent variants and extensions.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

**7. Téma: Geometriai szélsőérték-feladatok és geometriai egyenlőtlenségek**

*Témavezető:* Csikós Balázs

*Rövid leírás:* A szakdolgozat célja egy geometriai szélsőérték-feladat megoldása, vagy valamely nevezetes témakör (izoperimetrikus, izodiametrális egyenlőtlenségek, ponthalmaz kontrakcióira nézve monoton geometriai mennyiségek, a Kneser–Poulsen-sejtés stb.) áttekintése.

*Ajánlott irodalom:* A kiválasztott témától függ.

*Szak:* matematikus

**8. Téma: Általánosított sokszögek**

*Témavezető:* Kiss György

*Rövid leírás:* Az általánosított sokszögek a véges projektív síkokhoz (ebben az értelemben általánosított háromszögek) hasonlóan néhány egyszerű illeszkedési axiómával definiált kombinatorikus struktúrák, melyek szorosan kapcsolódnak véges csoportokhoz és magasabb dimenziós véges terekhez. A diplomamunkában néhány kiválasztott általánosított sokszög geometriai tulajdonságait kellene feldolgozni.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Feit, W. and Higman, G., *The nonexistence of certain generalized polygons*, *J. Algebra*, **1** (1964), 114–131.

[2] Hirschfeld, J. W. P. and Thas, J. A., *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

*Szak:* matematikus

**9. Téma: Baker-Campbell-Hausdorff formula speciális Lie-algebrákban**

*Témavezető:* Lakos Gyula

*Rövid leírás:* A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Baker-Campbell-Hausdorff formula, Poincaré-Birkhoff-Witt tétel.

*Szak:* matematikus

**10. Téma: Hőmag konstrukciója kompakt sokaságokon**

*Témavezető:* Lakos Gyula

*Rövid leírás:* A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Funkcionálanalízis, az operátorfélcsoportok elméletének alapjai.

*Szak:* matematikus

**11. Téma: Coxeter-csoportok a geometriában és a topológiában**

*Témavezető:* Moussong Gábor

*Rövid leírás:* A diszkrét transzformációcsoportok között a tükrözésekkel generált csoportokat, illetve ezek absztrakt megfelelőit, a Coxeter-csoportokat ismerjük a legalaposabban. A szakdolgozat a Coxeter-csoportoknak a geometria és a topológia területén adódó újabb alkalmazásait tárgyalhatja.

*Ajánlott irodalom:*

[1] M. W. Davis: *The geometry and topology of Coxeter groups*

[2] H. Hiller: *The geometry of Coxeter groups*.

*Szak:* matematikus

## 12. *Téma: Negatív görbületű sokaságok*

*Témavezető:* Moussong Gábor

*Rövid leírás:* A Riemann-sokaságok elméletének klasszikus kérdéscsoportja, hogy egyes görbületi feltételek milyen következményekkel járnak a sokaság topológiájára nézve. A szakdolgozat ilyen irányú eredményeket vizsgálhat nempozitív, illetve negatív előjelű görbület feltételezése mellett.

*Ajánlott irodalom:*

[1] W. Ballmann, M. Gromov, V. Schroeder: *Manifolds of nonpositive curvature*

[2] M. Bridson, A. Haefliger: *Metric Spaces of Non-positive Curvature*.

*Szak:* matematikus

## 13. *Téma: Kombinatorikus geometriai problémák*

*Témavezető:* Naszódi Márton

*Rövid leírás:* A magas dimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert bemutatása például a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint, tetszőleges  $k$  természetes számhoz van egy  $n$  természetes szám, melyre igaz, hogy minden  $n$ -dimenziós konvex testnek van egy  $k$ -dimenziós metszete, amely nagyon hasonlít az euklideszi gömbre.

*Ajánlott irodalom:*

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex Geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*.

*Szak:* matematikus

## 14. *Téma: Normált terek geometriája*

*Témavezető:* Naszódi Márton

*Rövid leírás:* Az euklideszi távolságot a síkon (általánosabban  $\mathbb{R}^n$ -ben) kicserélhetjük más távolságfüggvényekre, amelyek az euklideszitől különböző érdekes geometriákhoz vezetnek. Lehet például vizsgálni, hogy az euklideszi síkbeli trigonometria hogyan vihető át normált síkba, mi a merőlegesség fogalma, mik az állandó szélességű halmazok, stb.

*Ajánlott irodalom:*

[1] A. C. Thompson: *Minkowski Geometry*

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus.

## 15. *Téma: Konvex geometriai módszerek*

*Témavezető:* Naszódi Márton

*Rövid leírás:* A magasdimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert lehetne bemutatni a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint tetszőleges  $k$  természetes számhoz van olyan  $n$  természetes szám, hogy minden  $n$ -dimenziós konvex testnek van olyan  $k$ -dimenziós metszete, amely „nagyon hasonlít” az euklideszi gömbre.

*Ajánlott irodalom:*

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*

*Szak:* matematikus.

**16. Téma: Helly típusú kérdések**

*Témavezető:* Naszódi Márton

*Rövid leírás:* Helly tétele szerint, ha  $\mathbb{R}^n$ -beli konvex halmazok egy véges családjából tetszőlegesen kiválasztott  $(n + 1)$ -elemű részcsalád metszete nem üres, akkor az egész család metszete sem üres. Ennek a tételnek rengeteg variánsa van, amelyek már a síkon is, és persze magasabb dimenzióban izgalmas ismert nyitott kérdésekhez vezetnek.

*Ajánlott irodalom:*

[1] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus.

**17. Téma: Algebrai csomók**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Polinomok által meghatározott csomók elmélete, az algebrai sík görbék szingularitásait jellemzik. Nagyon sok terület találkozási pontja: algebrai geometria, topológia (homológia), kombinatorika (Newton diagrammok), gráfelmélet (feloldási gráfok), félcsoportelmélet. Pár éve a klasszikus elmélet új lendületet kapott az algebrai görbék szingularitásaihoz rendelt csomók HOMFLY polinomjainak és a görbék Hilbert sémáinak kapcsolatával.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* mindegyik

**18. Téma: Hirzebruch-Riemann-Roch tétel**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Klasszikus index tételek általánosítása, a sima és algebrai sokaságok indexeit (Euler karakterisztika, szignatúra, Todd osztály, vektornyalábok analitikus Euler karakterisztikái, stb) adja meg karakterisztikus osztályok (Chern, Todd, Euler, Pontrjagin) segítségével. Differenciáltopológia, algebrai geometria alaptétele. A globális geometria szinte minden tétele ehhez kötődik, ennek alkalmazása.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

**19. Téma: Komplex hiperfelület-szingularitások**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Egy egyenlettel megadott terek szingularitásainak lokális leírása, Milnor klasszikus könyve alapján (Milnor fibrum, Milnor fibrálás, monodrómia, a lokális csomó és a vele való kapcsolat). Kiindulási pont az algebrai geometria és differenciáltopológia felé.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

**20. Téma: Komplex sokaságok kohomológiacsoportjai**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* A sima komplex projektív sokaságok kohomológiacsoportjainak szerkezete nagyon különleges. Egyik legfontosabb klasszikus tulajdonság a Lefschetz-felbontás (kiindulási tételek: Lefschetz hipersík metszet tétele, és a Hard Lefschetz Theorem).

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus



**21. Téma: Komplex felületszingularitások**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* Topológiai szempontból a felület szingularitások csomóit tanulmányozza, ezek 3 dimenziós gráf sokaságok. Analitikus (algebrai geometriai) szempontból analitikus invariánsokat tárgyal (kévekohomológia, geometriai génusz). Konkrétabb téma lehet a Seiberg Witten Invariáns Sejtés, ami a csomó Seiberg Witten invariánsát köti össze a geometriai génusszal.

*Ajánlott irodalom:* könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

**22. Téma: Algebrai görbék**

*Témavezető:* Némethi András

*Rövid leírás:* A (komplex) affin vagy projektív tér görbéit egy polinom zerushelyeként definiáljuk. A polinom algebrai merevsége és a görbe alakja között érdekes összefüggések vannak, összekötve az algebrát a topológiával. Ez az algebrai geometria születési helye, elementárisan megfogalmazható százéves nyílt kérdésekkel. Magába foglalja a lokális algebrai csomók elméletét, de már az algebrai geometria globális invariánsaira (kohomológiaelmélet) is támaszkodik.

*Ajánlott irodalom:*

[1] könyvek, cikkek

*Szak:* matematikus

**23. Téma: Geometriai jelenségek Lorentz-sokaságokban**

*Témavezető:* Szeghy Dávid

*Szak:* matematikus

**24. Téma: Fénykép-rekonstrukciók**

*Témavezető:* Szeghy Dávid

*Szak:* alkalmazott matematikus

**25. Téma: Hiperbolikus geometria**

*Témavezető:* Szenthe János

*Rövid leírás:* A cél Milnor egy cikkének feldolgozása, mely a hiperbolikus geometria rövid történeti összefoglalója után, a hiperbolikus sokaságok kérdésével foglalkozik. Bemutat ismert konstrukciókat és eredményeket. A témában nyitott kérdések is vannak, melyekkel később foglalkozni lehet.

*Ajánlott irodalom:* Milnor: Hyperbolic geometry the first 150 years, Bulletin (New Series) Of The American Mathematical Society, Volume 6, Number 1, January 1982

*Szak:* matematikus

**26. Téma: Speciális részsokaságok konstans görbület Riemann-terekben**

*Témavezető:* Verhóczy László

*Rövid leírás:* Amennyiben a Riemann-sokaságban vett részsokaság nem hiperfelület, illetve nem görbe, akkor a normális vektornyalábja általában nem lapos. A szakdolgozó feladata olyan részsokaságok konstrukciója konstans görbületű Riemann-terekben, melyeknél a normális vektornyaláb görbületi tenzora eltűnik. Egy ilyen részsokaság esetében a párhuzamos

normális vektormezők által értelmezni lehet az ún. parallel részsokaságokat. További feladat a parallel részsokaságok görbületi jellemzőinek a meghatározása.

*Ajánlott irodalom:*

[1] M. P. do Carmo: *Riemannian geometry*

[2] B.-Y. Chen: *Geometry of submanifolds*.

*Szak:* matematikus

## 27. *Téma:* **Kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjai**

*Témavezető:* Verhóczy László

*Rövid leírás:* Az irreducibilis szimmetrikus Riemann-terek osztályozása az egyszerű Lie-csoportok ún. szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározásán alapul. A szimmetrikus Lie-részcsoportokhoz el lehet jutni oly módon, hogy vesszük a megfelelő Lie-algebrák involutív automorfizmusait és azoknál a fixen hagyott elemekből álló részalgebrákat. A szakdolgozó feladata a kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározása és jellemzése.

*Ajánlott irodalom:*

[1] S. Helgason: *Differential geometry, Lie groups and symmetric spaces*.

*Szak:* matematikus

---

## Matematikatanítási és Módszertani Központ

---

### 1. *Téma:* **Additív kombinatorika**

*Témavezető:* Hegyvári Norbert

*Rövid leírás:* Az additív kombinatorika az utóbbi évtizedben került a kutatások előterébe. Sok szép tétel és közöttük levő összefüggések feltárása olyan kutatókat foglalkoztattak, mint Bourgain, Gowers, Tao, Green, Ruzsa, Sárközy. A leendő szakdolgozót ebbe a témakörbe kívánjuk bevezetni. A témakörhöz jegyzetet is készítettem (lásd <http://hegyvari.web.elte.hu/AC2.pdf>), amit frissítek és melynek fejezetcímei egyben a témaköröket is jelentik. Ezekből lehetne választani: 1. Néhány egyszerű megjegyzés a Minkowski-összeg elemszámára  $\mathbb{Z}$ -ben. 2. Az  $r_{A+B}(x)$ ,  $r_{A-B}(x)$  függvényekről és az  $E_+(A, B)$  additív energiáról. 3. Ruzsa távolságtételei. 4. Plünnecke tétele. 5. A Cauchy–Davenport-tétel; Kneser tétele. 6. Nemkommutatív Kneser-tétel. 7. Fedési tételek 8. Megszorított összegek. 9. Algebrai módszerek. 10. Az Erdős–Heilbronn-sejtés, a Cauchy–Davenport- és az Erdős–Ginzburg–Ziv-tételek (újabb) bizonyításai. 11. A Gowers–Balog–Szemerédi-tétel és alkalmazásai. 12. Additív-multiplikatív kombinatorika véges testekben.

*Szak:* matematikus

---

## Operációkutatási Tanszék

---

### 1. *Téma:* **Diszkrét konvex optimalizálás és alkalmazásai**

*Témavezető:* Frank András

*Rövid leírás:* Közismert, hogy miként lehet eldönteni, hogy egy gráfnak van-e olyan irányítása, amelyben minden csúcs befoka egy előre megadott érték, és még az is standard folyam-eszközökkel kezelhető, ha az ilyen irányítások közül a legolcsóbbat szeretnénk megtalálni. Egy gyakorlatból eredő (erőforrás kiosztási) feladatban egy gráf olyan irányításának igénye merült fel, amelyben a be-fokok négyzetösszege minimális. Kiderült, hogy erre is elegáns válasz adható, de a dolog háttérében sokkal több van mint ami hálózat- és matroid-optimalizálásról mester-szakon szerepel. K. Murota japán matematikus kidolgozta a Diszkrét konvex analízis elméletét. Az elmúlt két évben a vele folytatott közös kutatómunka során kiderült, hogy miként lehet összekapcsolni ezt a szemléletet az Edmonds-típusú jó karakterizációk, min-max tételek, és polinomiális algoritmusok világával.

A szakdolgozó feladata egyrészt a Murotával közösen kidolgozott elmélet valamely szeletének részletes áttekintése, másrészt a szakirodalom idevonatkozó gyakorlati indíttatású cikkeinek feldolgozása, különös tekintettel ütemezési és erőforrás elhelyezési alkalmazásokra. Számos reménytelenül nyitott probléma is izgalmas kihívást jelent.

Olyan hallgató jelentkezését várom, aki (ha a területet valóban izgalmasnak találja) készen áll komoly energiákat befektetni a vizsgálatokba.

Kapcsolatfelvétel a frank@cs.elte.hu címen.

*Ajánlott irodalom:*

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 2. **Téma: Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata**

*Témavezető:* Jordán Tibor

*Rövid leírás:* Rúdszerkezetek merevségével kapcsolatos kérdések egyrészt érdekes elméleti problémákhoz vezetnek, melyek geometriai, algebrai és kombinatorikus módszerekkel vizsgálhatók, másrészt az eredmények számos, látszólag távoli területen alkalmazhatók (pl. molekulák stabil és mozgó részeinek meghatározása, kinyitható antennák tervezése, vezető nélküli járművek alakzatainak kialakítása, stb).

A szakdolgozó feladata a terület egy meghatározott részének áttekintése, lehetőleg érdemben hozzájárulva néhány nyitott kérdés háttérének megvilágításához. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: matroidok a diszkrét geometriában, a kombinatorikus merevség alkalmazási területei, globálisan merev gráfok és szerkezetek jellemzése, tenseszterit szerkezetek, poliéderek merevségének vizsgálata, algebrai módszerek a merevségelméletben, kombinatorikus algoritmusok és előállítási tételek merev gráfok osztályaira.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Jordán Tibor, Recski András, Szeszlér Dávid, Rendszeroptimalizálás, Typotex, 2004.

[2] Frank András, Jordán Tibor, Diszkrét optimalizálás, Typotex, 2014.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 3. **Téma: Hálózatoptimalizálási feladatok**

*Témavezető:* Jordán Tibor

*Rövid leírás:* A szakdolgozó feladata különböző diszkrét optimalizálási feladatok vizsgálata hálózat optimalizálási és tervezési (network design) problémákban. A cél az ismert módszerek, algoritmusok áttekintése, a még megoldatlan kérdések felderítése, esetleg algoritmusok implementálása, tesztelése. A vizsgálandó szakirodalom legnagyobb része angol nyelvű.

Néhány aktuális témakör: közelítő algoritmusok a Steiner network feladat különböző változataira, gráfok összefüggőségének optimális növelése.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

#### 4. *Téma:* **Fenyőpakolások alkalmazásai**

*Témavezető:* Király Csaba

*Rövid leírás:* Edmonds fenyőtétele a kombinatorikus optimalizálás egyik alapvető tétele számos alkalmazással. A gyakorlati alkalmazások ihlették az eredmény Kamiyama, Katoh és Takizawa féle általánosítását. Az utóbbi években számos további általánosítása jelent meg ezen tételeknek, melyek az elméletben jelentősek, de egyéb alkalmazásuk még nem ismert.

A szakdolgozó feladata a korábbi alkalmazások feltérképezése, és annak vizsgálata, hogy milyen új alkalmazási lehetőségeket nyitnak meg az új eredmények.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Cs. Király, On maximal independent arborescence packing, SIAM Journal on Disc. Math., 30(4) (2016) 2107-2114. <http://bolyai.cs.elte.hu/>
- [2] Cs. Király, Z. Szigeti, Reachability-based matroid-restricted packing of arborescences, <http://bolyai.cs.elte.hu/>

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

#### 5. *Téma:* **Új megközelítés fenyőpakolásokra**

*Témavezető:* Király Csaba

*Rövid leírás:* Gao és Yang új megközelítést adott az ún. elérhetőségi fenyőpakolásokra problémák kezelésére. Ezt részletesen Hörsch és Szigeti dolgozta ki. A szakdolgozó feladata a kapcsolódó szakirodalom további áttekintése és annak megvizsgálása, hogy Gao és Yang ötlete egyszerűsít-e más problémákat.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Hui Gao, Daqing Yang: Packing of maximal independent mixed arborescences. <https://arxiv.org/abs/2003.04062>
- [2] Florian Hörsch, Zoltán Szigeti: Packing of spanning mixed arborescences. <https://arxiv.org/abs/2006.16190>
- [3] Csaba Király, Zoltán Szigeti, Shin-ichi Tanigawa: Packing of arborescences with matroid constraints via matroid intersection. Math. Program. 181, 85-117 (2020). <https://doi.org/10.1007/s10107-019-01377-0>

*Szak:* alkalmazott matematikus és matematikus MSc

#### 6. *Téma:* **Többszörösen merev gráfok**

*Témavezető:* Király Csaba

*Rövid leírás:* Minimális élszámú több pont illetve él elhagyása után is merev gráfok élszámáról viszonylag kevés dolog ismert, bár a meglévő módszerekkel a témakörben még számos eredmény érhető el. A szakdolgozó feladata a szakirodalomban megtalálható módszerek segítségével lehetőleg éles élszámbebecsléseket adni  $k$  él/pont elhagyása után is merev gráfok élszámára.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] V.E. Kaszanitzky, Cs. Király: On minimally highly vertex-redundantly rigid graphs. Graphs and Combinatorics, 32(1), 225-240 (2016). <http://bolyai.cs.elte.hu/>

- [2] T. Jordán: Combinatorial rigidity. Graphs and matroids in the theory of rigid frameworks, in: Discrete geometric analysis. Tokyo: Mathematical Society of Japan, 2016. pp. 33-112

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 7. *Téma: A színes Carathéodory tétel*

*Témavezető:* Király Tamás

*Rövid leírás:* Bárány Imre bizonyította be a Carathéodory tétel következő “színes” változatát: ha adott  $\mathbb{R}^d$ -ben  $d+1$  olyan ponthalmaz aminek a konvex burka tartalmazza  $0$ -t, akkor kiválasztható mindegyikből egy pont úgy, hogy a kiválasztott pontok konvex burkában is benne van  $0$ . A hallgató feladata a tétellel és az algoritmikus vonatkozásaival kapcsolatos irodalom feldolgozása, MSc szakdolgozó esetén önálló kutatás a témában.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Wolfgang Mulzer, Yannik Stein, Computational Aspects of the Colorful Caratheodory Theorem, <http://arxiv.org/abs/1412.3347>
- [2] Imre Bárány and Shmuel Onn, Colourful Linear Programming and Its Relatives, <https://ie.technion.ac.il/~onn/Selected/MOR97.pdf>
- [3] J. de Lorea et al., The discrete yet ubiquitous theorems of Carathéodory, Helly, Sperner, Tucker, and Tverberg, <https://arxiv.org/abs/1706.05975>

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 8. *Téma: Az utazóügynök probléma speciális esetei*

*Témavezető:* Pap Gyula

*Rövid leírás:* Az utazóügynök problémát érdekes speciális esetekben is tekinthetjük, mint például az 1-2-TSP, a grafikus metrika, illetve a 3-reguláris gráfok speciális esete. A szakdolgozó ezeket a speciális eseteket számos régi és újabb cikk alapján dolgozza fel, például az alábbi cikk, melyben az 1-2-TSP-re adtak egy új megközelítést.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Adamaszek, Mnich, Paluch, New Approximation Algorithms for (1,2)-TSP, <https://drops.dagstuhl.de/opus/volltexte/2018/9013/pdf/LIPIcs-ICALP-2018-9.pdf>

*Szak:* alkalmazott matematikus és matematikus

## 9. *Téma: A chip-firing játék változatai és kapcsolata a gráfok feszítőfáival*

*Témavezető:* Tóthmérés Lilla

*Rövid leírás:* A chip-firing egy nagyon egyszerű játék egy gráfon, aminek ennek ellenére a matematika meglepőensok területével van kapcsolata. A csúcsokon szét van osztva néhány chip (egy csúcson akár negatív sok is lehet), amiket a “lövés”-nek nevezett művelettel lehet újraosztani. Egy csúcs kilövése azt jelenti hogy minden szomszédjának átadunk egy-egy chipet. A lövésekkel egymásba vihető chip-kiosztásokat ekvivalensnek tekintve kapunk egy csoportot. Ha csak az összesen  $0$  chipet tartalmazó chip-kiosztásokat nézzük, akkor ez egy véges sok elemű csoport lesz (az úgynevezett sandpile csoport), amelynek elemszáma egyenlő a gráf feszítő fáinak számával. A sandpile csoport és a feszítőfák kapcsolata nagyon szép és gazdag, ennek áttekintése illetve nyitott kérdések vizsgálata lenne a feladat.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Criel Merino. The chip-firing game. Discrete Mathematics 302 (1-3): 188-210, 2005.

[2] M. Chan, T. Church, and J. Grochow. Rotor-routing and spanning trees on planar graphs, *Int. Math. Res. Not.* 11 (2015) 3225-3244.

*Szak:* alkalmazott matematikus és matematikus

## 10. *Téma:* Tutte polinom gráfokra és hipergráfokra

*Témavezető:* Tóthmérész Lilla

*Rövid leírás:* A Tutte polinom az egyik legfontosabb gráfpolinom, melynek nagyon sok ekvivalens definíciója ismert. Ezek közül sok van, ami különféle aktivitásfogalmakat használ. Ezen definíciók, illetve a hipergráfokra vonatkozó változataik megismerése a cél.

*Ajánlott irodalom:*

[1] O. Bernardi, A characterization of the Tutte polynomial via combinatorial embedding, *Ann. Combin.* 12 (2008), no. 2, 139-153.

[2] Julien Courtiel, A general notion of activity for the Tutte polynomial, <https://arxiv.org/pdf/1412.2081>

[3] Spencer Backman, Tutte polynomial activities, <https://arxiv.org/pdf/1906.02781.pdf>

[4] T. Kálmán, A version of Tutte's polynomial for hypergraphs, *Adv. Math.* 244 (2013), no. 10, 823-873

*Szak:* alkalmazott matematikus és matematikus

---

## Számítógéptudományi Tanszék (2018-as témák)

---

### 1. *Téma:* PPA és PPAD bonyolultsági osztályok

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Hogyan tudunk gyorsan találni egy színes háromszöget, aminek a létezését a Sperner-lemma garantálja? Ha kapunk egy Hamilton-kört egy 3-reguláris gráfban, akkor milyen nehéz találni egy másik Hamilton-kört? Milyen nehéz találni egy Nash-egyensúlyt?

*Ajánlott irodalom:*

[1] Christos H. Papadimitriou. On the complexity of the parity argument and other inefficient proofs of existence. [https://doi.org/10.1016/S0022-0000\(05\)80063-7](https://doi.org/10.1016/S0022-0000(05)80063-7)

[2] <https://cstheory.stackexchange.com/questions/37481/does-ppad-really-capture-the-notion-of-finding-another-unbalanced-vertex>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 2. *Téma:* Alpern's Caching Game

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Hogyan ássa el a mókus a mogyoróit, hogy ne találják meg mindet?

*Ajánlott irodalom:*

[1] S. Alpern, R. Fokkink, T. Lidbetter, and N. S. Clayton, A search game model of the scatter hoarder's problem <https://doi.org/10.1098/rsif.2011.0581>

[2] Dömötör Pálvölgyi, All or Nothing Caching Games with Bounded Queries <https://arxiv.org/abs/1702.00635>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 3. *Téma: Compression Schemes*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Mely osztályokból vett minták tömöríthetők hatékonyan?

*Ajánlott irodalom:*

[1] Manfred K. Warmuth, Compressing to VC Dimension Many Points

<https://users.soe.ucsc.edu/~manfred/pubs/open/P1.pdf>

[2] Dömötör Pálvölgyi and Gábor Tardos. Unlabeled Compression Schemes Exceeding the VC-dimension. <https://arxiv.org/abs/1811.12471>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 4. *Téma: Primitív szavak nyelve*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Környezetfüggetlen nyelvet alkot-e a primitív szavak nyelve?

*Ajánlott irodalom:*

[1] Masami Ito and Pál Dömösi: Context-free Languages And Primitive Words

<https://doi.org/10.1142/7265>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 5. *Téma: $(p, q)$ -tétel*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* Alon és Kleitman  $(p, q)$ -tétele a Helly-tétel általánosítása. Ha egy  $d$ -dimenziós véges konvex halmazcsalád bármely  $p$  eleméből van  $q$ , ami metszi egymást, ahol  $q \geq d + 1$ , akkor van véges sok pont, ami mindet lefogja. Itt az eredeti cikk: <http://www.combinatorics.org/ojs/index.php/eljc/article/view/v4i2r1>

Egy új bizonyítás itt található: <https://arxiv.org/abs/1512.04026>

Érdekes kérdés, hogy adott értékekre mi a legkevesebb pont, ami elég. Például síkbeli  $(4, 3)$ -ra a legjobb ismert 13 pont, a sejtés pedig, hogy 3 is elég:

[http://www.renyi.hu/~gyarfas/Cikkek/97\\_threeoffourconvex.pdf](http://www.renyi.hu/~gyarfas/Cikkek/97_threeoffourconvex.pdf)

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 6. *Téma: Hogyan rajzoljunk digitálisan egyeneseket, amik csak egyszer metszhetik egymást?*

*Témavezető:* Pálvölgyi Dömötör

*Rövid leírás:* A hagyományos digitális szakaszrajzolások nem tesznek eleget az euklideszi geometria feltételeinek, nemrég azonban sikerült találni egy egyszerű módszert síkban. Térben egyelőre megoldatlan a probléma.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Tobias Christ, Dömötör Pálvölgyi, and Miloš Stojakovič. Consistent digital line segments

<https://arxiv.org/abs/1009.2142>

[2] Man Kwun Chiu and Matias Korman. High Dimensional Consistent Digital Segments

<https://arxiv.org/abs/1612.02483>

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

### 7. *Téma: Algebrai módszerek a kombinatorikában*

*Témavezető:* Csikvári Péter

*Rövid leírás:* A kombinatorikában számos eredmény olyan van, melynek bizonyításában kulcsszerepet játszanak algebrai módszerek (lineáris terek, véges testek, mátrixok sajátértékei). A szakdolgozatban ilyeneket kéne módszeresen, alapötletek köré csoportosítva összegyűjteni, esetleg új bizonyításokat találni. Részletesebb leírás található a [http://www.cs.elte.hu/csiki/courses\\_supervision.html](http://www.cs.elte.hu/csiki/courses_supervision.html) oldalon.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Babai, Frankl: Linear algebra methods in combinatorics
- [2] Van Lint, Wilson: A course in combinatorics
- [3] Brouwer, Haemers: Spectra of graphs
- [4] Godsil, Royle: Algebraic graph theory

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 8. **Téma: Polinomok és extrém kombinatorikus struktúrák**

*Témavezető:* Nagy Zoltán Lóránt

*Rövid leírás:* Számos kombinatorikai kérdésben a struktúra leírásában őket leíró polinomok (eltűnési helyei vagy függetlensége) játszik kulcsszerepet. Ilyen például az  $n$ -dimenziós térben található, egymással állandó szöveget bezáró egyenesek maximális száma.

A szakdolgozat célja körbejárni és ismertetni az alkalmazott módszereket

*Ajánlott irodalom:*

- [1] N. Alon: The Combinatorial Nullstellensatz, 1999
- [2] A. Blokhuis: Polynomials in finite geometries and combinatorics, Surveys in combinatorics, 1993, 35-52.

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 9. **Téma: Véges geometriát használó extrémális gráfelméleti konstrukciók**

*Témavezető:* Nagy Zoltán Lóránt

*Rövid leírás:* Jól ismert, hogy a véges síkokból eredő gráfok számos Turán-típusú és egyéb extrémális gráfelméleti kérdésben szolgáltatják az extrémális struktúrát. A szakdolgozat célja ezeket áttekinteni.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Füredi-Simonovits: The history of degenerate (bipartite) extremal graph problems
- [2] Jacob Fox Benny Sudakov, Dependent Random Choice

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 10. **Téma: Catalan-számok: bijekciók, generátorfüggvények és általánosítások**

*Témavezető:* Nagy Zoltán Lóránt

*Rövid leírás:* A Catalan-számok elképesztő mennyiségű kombinatorikai matematikai problémában kerülnek elő, és szép példát adnak sokszínű bizonyítási módszerek alkalmazására. Módszerek, alkalmazások, általánosítások bemutatása a szakdolgozat célja.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] R. Stanley, Catalan Numbers, Cambridge University Press 2015.

*Szak:* mat. tanári

## 11. **Téma: Öregedést befolyásoló gének predikciója gépi tanulással**

*Témavezető:* Kerepesi Csaba

*Rövid leírás:* Az elmúlt 25 évben számos öregedéssel kapcsolatos molekuláris útvonalat tártak fel genetikai model organizmusokban. Az első nagy felfedezés az volt, hogy egyetlen



gén kiütésével megduplázták a fonalféreg (*Caenorhabditis elegans*) várható élettartamát. Azóta több gén egyszerre történő manipulációjával 10-szeres élethosszabbítást is el tudtak érni. Az emberhez jelentősen közelebb álló modell organizmus, a házi egér (*Mus musculus*) esetében azonban "csak" közel másfélszeres élettartam-növelés a rekord, és óriási pénzdíjak vannak kitűzve a megdöntésére. A jelölt gépi tanulási módszerekkel elemzi ki, milyen közös tulajdonságok jellemzik az öregedéssel kapcsolatos géneket. Ez alapján új kísérleti célpontokat prediktál, amelyeket aztán a genetikusok hatékonyan felhasználhatnak az élettartam-hosszabbító kísérleteikben. Ehhez először publikusan elérhető adatbázisokból (GenAge, UniProt, Gene Ontology) kell összegyűjtenie a feladat szempontjából hasznosnak ítélt jellemzőket (saját Python scriptekkel). Ezután a legújabb felügyelt gépi tanulási módszereket használva (pl. XGBoost) végez predikciókat. Érdekes nyitott kérdés, hogy mennyire lehet jól prediktálni az öregedéssel kapcsolatos fehérjéket, és lehet-e találni egy egyszerű modellt, ami jól értelmezhetően megmondja, mitől lesz öregedéssel kapcsolatos egy fehérje.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Fabio Fabris, Joao Pedro de Magalhaes, and Alex A Freitas. "A review of supervised machine learning applied to ageing research." *Biogerontology*, pages 223 1-18, 2017.
- [2] Tianqi Chen and Carlos Guestrin. "XGBoost: A Scalable Tree Boosting System." In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 785-794. ACM, 2016.

*Szak:* alkalmazott matematikus

## 12. *Téma: Gráfok lista-színezése*

*Témavezető:* Barát János

*Rövid leírás:* Gráfok csúcsainak színezése egy alapvető elméleti probléma, ami még jól alkalmazható is. Sokat népszerűsített eredmény, hogy minden síkbarajzolt gráf tartományai kiszínezhetők 4 színnel úgy, hogy szomszédos tartományok különböző színt kapjanak. Tegyük most fel, hogy a csúcsokhoz előre rendelt listák vannak, abból kell színt választanunk. Thomassen bizonyította, hogy síkgráfokra ekkor elegendő, ha minden lista legalább 5 elemű. Ehhez hasonló állításokat szeretnénk bizonyítani.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] C. Thomassen: Every planar graph is 5-choosable
- [2] J.Barát, G.Joret, D.R.Wood: Disproof of the List Hadwiger Conjecture

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 13. *Téma: Gráfok élfelbontásai*

*Témavezető:* Barát János

*Rövid leírás:* Adott egy  $G$  gráf és szeretnénk az éleit szétosztani adott módon. Tipikusan olyan kérdéseket vizsgálunk, hogy milyen él-összefüggőségi feltétel teljesüljön  $G$ -re ahhoz, hogy biztosan legyen élfelbontása előre megadott gráfokra. Itt a megadott osztály lehet a háromélű gráfok halmaza vagy egy adott  $H$  gráf. Szükséges és elégséges feltételek is érdekesek. Az előbbi azt jelenti, hogy ellenpéldákat keresünk.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Barát J: Karmok és útfelbontások

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 14. *Téma: Extremális kérdések uniform hipergráfokra*

*Témavezető:* Barát János

*Rövid leírás:* Egy adott  $n$  elemű csúcshalmazon tekintsünk  $r$ -elemű részalmazokat, melyeket éleknek nevezünk. A csúcsok és az élek együtt egy  $r$ -uniform hipergráfot alkotnak. Két él metszi egymást, ha van közös csúcsuk. Ha bármely két él metszi egymást, akkor a hipergráf metsző. Egy csúcshalmaz lefogó, ha minden élet metsz. Világos, hogy egy metsző  $r$ -uniform hipergráfban a legkisebb lefogó mérete legfeljebb  $r$ . Erdős és Lovász kérdezte, hogy legalább hány éle van egy  $r$ -uniform metsző hipergráfnak, ha a legkisebb lefogó mérete  $r$ . Az  $r$ -uniform hipergráfok között speciálisak az  $r$ -osztályúak. Ryser egyik sejtésének alesete metsző hipergráfokra azt mondja, hogy mindig van legfeljebb  $r - 1$  elemű lefogó. Ezen kérdéseket vizsgálunk.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] P. Erdős and L. Lovász: Problems and results on 3-chromatic hypergraphs and some related questions.
- [2] T. Mansour, C. Song, R. Yuster: A comment on Ryser's conjecture for intersecting hypergraphs.

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

#### 15. *Téma: Biológiai hálózatok analízise gráfelméleti eszközökkel*

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A fehérje-fehérje interakciós gráfok, valamint az emberi agy gráfjának gráfelméleti elemzésére van lehetősége az érdeklődő és nagyfelkészültségű hallgatónak.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Gábor Iván, Vince Grolmusz: When the Web Meets the Cell: Using Personalized PageRank for Analyzing Protein Interaction Networks, *Bioinformatics*, Vol. 27, No. 3. pp. 405-407 (2011)
- [2] Dániel Bánky, Gábor Iván, Vince Grolmusz: Equal Opportunity for Low-Degree Network Nodes: A PageRank-Based Method for Protein Target Identification in Metabolic Graphs, *PLoS ONE* 8(1): e54204. doi:10.1371/journal.pone.0054204, published 29 Jan 2013
- [3] Balázs Szalkai, Csaba Kerepesi, Bálint Varga, Vince Grolmusz: The Budapest Reference Connectome Server v2.0, *Neuroscience Letters*, Vol. 595 (2015), Pages 60-62, doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.neulet.2015.03.071>,
- [4] Vince Grolmusz: Identifying Diabetes-Related Important Protein Targets with few Interacting Partners with the PageRank Algorithm, *Royal Society Open Science*, 2:140252, (2015) doi: <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.140252>.
- [5] Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Graph Theoretical Analysis Reveals: Women's Brains Are Better Connected than Men's. *PLoS ONE* 10(7): e0130045 (2015) doi: <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0130045>
- [6] Csaba Kerepesi, Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: How to Direct the Edges of the Connectomes: Dynamics of the Consensus Connectomes and the Development of the Connections in the Human Brain, *PLoS One* 11(6): e0158680. <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0158680>, June 30, 2016
- [7] Balázs Szalkai, Csaba Kerepesi, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Parameterizable Consensus Connectomes from the Human Connectome Project: The Budapest Refe-

rence Connectome Server v3.0, Cognitive Neurodynamics, 11(1), pp. 113-116, (2017)  
<http://dx.doi.org/10.1007/s11571-016-9407-z>

- [8] Balázs Szalkai, Bálint Varga, Vince Grolmusz: Brain Size Bias Compensated Graph-Theoretical Parameters are Also Better in Women's Structural Connectomes, Brain Imaging and Behavior (2017) <http://dx.doi.org/10.1007/s11682-017-9720-0>

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**16. Téma: A Fregatt fehérje-gyógyszermolekula dokkolóprogram továbbfejlesztése javított globális optimalizálási stratégiával**

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A Fregatt fehérje-kismolekula dokkoló algoritmust a kutatócsoportunk fejlesztette ki. A globális optimalizálási eljárások fejlesztésére és összehasonlítására van lehetősége az érdeklődő, nagy felkészültségű hallgatónak.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Christoph Scheich, Zoltán Szabadka, Beáta Vértessy, Vera Pütter, Vince Grolmusz, Markus Schade: Discovery of Novel MDR-Myco bacterium tuberculosis Inhibitor by New FRIGATE Computational Screen. PLoS ONE 6(12): e28428.

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**17. Téma: Mesterséges neurális hálók alkalmazása biológiai problémák megoldásában**

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A mesterséges intelligencia eszközei közül talán a mesterséges neurális hálózatok azok, amelyek fejlődése olyan fokra jutott jelenleg, hogy nagyon jelentős felfedezések várhatók a tudomány sok területén alkalmazásukkal. Kutatócsoportunk a biológiai tulajdonságok leírására alkalmaz neurális hálózatokat. Kizárólag kiváló és nagyon motivált hallgató jelentkezését várjuk.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Near Perfect Protein Multi-Label Classification with Deep Neural Networks, Methods (2017), <https://doi.org/10.1016/j.ymeth.2017.06.034>  
[2] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: SECLAF: A Webserver and Deep Neural Network Design Tool for Biological Sequence Classification, arXiv preprint, arXiv:1708.04103

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

**18. Téma: Metagenomikai adathalmazok analízise**

*Témavezető:* Grolmusz Vince

*Rövid leírás:* A metagenomika aránylag új tudományág, durván a környezeti és klinikai mintákban való, mikroorganizmusoktól származó rövid DNS szakaszok analízisét jelenti. Metagenomikai módszerekkel mutatták meg, hogy sok olyan helyen (pl. az egészséges tüdőben, az anyatejben, a nyílt óceánok vízében) sokkal több baktérium, illetve vírus van, mint azt addig gondolták. Az új baktériumok és vírusok száma az eddig ismertekenk legalább százszorosa, azaz számtalan, eddig még ismeretlen káros vagy hasznos baktérium, illetve vírus létezik körülöttünk. A metagenomikai minták matematikai analízise izgalmas, nehéz és hálás feladat. Kizárólag kiváló és nagyon motivált hallgató jelentkezését várjuk.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: The 'Giant Virus Finder' Discovers an Abundance of Giant Viruses in the Antarctic Dry Valleys, Archives of Virology (2017) Vol. 162, No. 6, pp. 1671-1676 <http://dx.doi.org/10.1007/s00705-017-3286-4>
- [2] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Significant Differences Found in Short Nucleotide Sequences of Human Intestinal Metagenomes of Northern-European and Chinese Origin, Biochimica et Biophysica Acta (BBA) General Subjects, Vol. 1861 (2017), Issue 1, Part B, January 2017, pp. 3627-3631
- [3] Balázs Szalkai, Vince Grolmusz: Nucleotide 9-mers Characterize the Type II Diabetic Gut Metagenome; Genomics, Vol. 107 (2016) pp. 120-123, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ygeno.2016.02.007>
- [4] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: Evaluating the Quantitative Capabilities of Metagenomic Analysis Software, Current Microbiology, Vol. 72. No. 5. pp. 612-616 (2016), <http://dx.doi.org/10.1007/s00284-016-0991-2>
- [5] Csaba Kerepesi, Vince Grolmusz: Giant Viruses of the Kutch Desert, Archives of Virology, Vol. 161 (2016), No.3 pp.721-724, doi: <http://dx.doi.org/10.1007/s00705-015-2720-8>
- [6] Csaba Kerepesi, Balázs Szalkai, Vince Grolmusz. Visual Analysis of the Quantitative Composition of Metagenomic Communities: the AmphoraVizu Webserver, Microbial Ecology Vol. 69 (2015) pp. 695-697, DOI 10.1007/s00248-014-0502-6
- [7] Balázs Szalkai, Ildikó Scheer, Kinga Nagy, Beáta G Vértessy, Vince Grolmusz, The Metagenomic Telescope, PLoS One, Vol. 9, No. 7, e101605 (2014). <http://dx.doi.org/10.1371/journal.pone.0101605>
- [8] Csaba Kerepesi, Dániel Bánky, Vince Grolmusz: AmphoraNet: The Webserver Implementation of the AMPHORA2 Metagenomic Workflow Suite, Gene, Vol. 539, No. 1, pp. 152-153, April 2014, <http://dx.doi.org/10.1016/j.gene.2013.10.015>

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus

## 19. *Téma:* Párhuzamos algoritmusok

*Témavezető:* Király Zoltán

*Rövid leírás:* Napjainkban újra egyre fontosabbak az olyan algoritmusok, amelyeket egyszerre sok processzormagon vagy sok számítógépen lehet futtatni. Régebben ezekről sok cikk íródott, melyek nagyrészt feledésbe merültek. Az első részben ezekről lehetne egy jó összefoglaló. Az alábbi cikkek pedig nagyon frissek, egy napon jelentek meg, és jól mutatják, hogy a téma mennyire aktuális.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] <https://arxiv.org/abs/1709.07822>,
- [2] <https://arxiv.org/abs/1709.07869>

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

## 20. *Téma:* Fix paraméteres algoritmusok

*Témavezető:* Király Zoltán

*Rövid leírás:* A fix paraméteres algoritmusok kutatása ebben az évezredben az Algoritmelmélet egyik legjobban kutatott területe. Bár a fogalmat a gyakorlatilag hatékony algoritmusok kifejlesztése céljából hozták létre, nagyon kevés információ van konkrét implementációkról és tesztekéről.

*Ajánlott irodalom:*

[1] [www.mimuw.edu.pl/%7Emalcin/book/parameterized-algorithms.pdf](http://www.mimuw.edu.pl/%7Emalcin/book/parameterized-algorithms.pdf)

*Szak:* alkalmazott matematikus

**21. Téma: A metsző Ryser-sejtés**

*Témavezető:* Király Zoltán

*Rövid leírás:* A sejtés azt mondja ki, hogy ha egy teljes gráf élei  $k$  színnel vannak kiszínezve, akkor  $k - 1$  db egyszínű összefüggő gráffal lefedhető az egész csúcshalmaz. A sejtés nehéz, de azért nem teljesen reménytelen, és sok kapcsolódó probléma is nyitott.

*Ajánlott irodalom:*

[1] [www.cs.elte.hu/egres/tr/egres-16-14.pdf](http://www.cs.elte.hu/egres/tr/egres-16-14.pdf)

*Szak:* matematikus

**22. Téma: Gráfparaméterek meghatározása fokszámsorozatokra**

*Témavezető:* Király Zoltán

*Rövid leírás:* Ha  $\pi$  egy tetszőleges gráfparaméter, akkor vizsgálhatjuk a következő két mennyiséget:  $\underline{\pi}(\mathbf{d}) = \min(\pi(\mathbf{G}) \mid \mathbf{G} \text{ a } \mathbf{d} \text{ realizációja})$ , és  $\overline{\pi}(\mathbf{d}) = \max(\pi(\mathbf{G}) \mid \mathbf{G} \text{ a } \mathbf{d} \text{ realizációja})$ .

*Ajánlott irodalom:*

[1] [www.cs.elte.hu/%7Ekiraly/mms-parameter.pdf](http://www.cs.elte.hu/%7Ekiraly/mms-parameter.pdf)

*Szak:* matematikus

**23. Téma: Algoritmusok gráfok-faktorok keresésére**

*Témavezető:* Király Zoltán

*Rövid leírás:* Egy gráf faktorának általában olyan feszítő részgráfot nevezünk, mely komponensei valamilyen módon elő vannak írva, tipikusan egy előre megadott gráfcsalád elemei. Pl. minden komponensben a minfok 1 és a maxfok 2, de ezen belül még elő lehet írva, hogy minden komponensnek legalább 3 csúcsa legyen. Az alkalmazások rengeteg speciális eset hatékony megoldását követelnék meg. Általánosan elég pontosan tudjuk, hogy mely esetek vannak P-ben és melyek nehezek, azonban a P-beli problémák speciális eseteire ritkán ismertek igazán hatékony algoritmusok.

*Ajánlott irodalom:*

[1] Lovász-Plummer: Matching Theory

[2] Schrijver: Combinatorial Optimization, Part III

*Szak:* alkalmazott matematikus, matematikus

**24. Téma: Kombinatorikus optimalizálási módszerek a villamos hálózatok elméletében**

*Témavezető:* Recski András

*Szak:* alkalmazott matematikus

**25. Téma: Matroidelmélet, matroidok összegével kapcsolatos vizsgálatok**

*Témavezető:* Recski András

*Szak:* matematikus

**26. Téma: Kombinatorikus optimalizálási módszerek alkalmazása a statikában**

*Témavezető:* Recski András

*Szak:* alkalmazott matematikus

**27. Téma: Véges geometria**  
*Témavezető:* Szőnyi Tamás  
*Szak:* matematikus

**28. Téma: Szimmetrikus struktúrák**  
*Témavezető:* Szőnyi Tamás  
*Szak:* matematikus

**29. Téma: Kódelmélet**  
*Témavezető:* Szőnyi Tamás  
*Szak:* matematikus

---

## Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

---

**1. Téma: Bayesi modell átlagolás**

*Témavezető:* Arató Miklós

*Rövid leírás:* A bayesi modell átlagolás és faktorösszevonás (factor collapsing) statisztikához, adatbányászathoz és clusterezéshez kapcsolódó módszer. Mind folytonos, mind diszkrét változók esetén alkalmazható, amikor nagyszámú magyarázó változónk van.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Hu, S., O’Hagan, A., and Murphy, T. B.: Motor insurance claim modelling with factor collapsing and Bayesian model averaging, *Stat*, 7: e180. doi: 10.1002/sta4.180, (2018)
- [2] Hoeting, JA, Madigan, D, Raftery, AE & Volinsky, CT: Bayesian model averaging: a tutorial, *Statistical Science*, Vol. 14(3), 382-417, (1999)

*Szak:* Biztosítási és pénzügyi Matematika MSc, aktuárius szakirány, Matematikus MSc, Alkalmazott Matematikus MSc

**2. Téma: Frakcionális Brown-mozgásra épülő volatilitási modellek**

*Témavezető:* Backhausz Ágnes

*Rövid leírás:* Az utóbbi években a pénzügyi modellezésben egyre népszerűbbek az úgynevezett “rough volatility” modellek. Ezek a sztochasztikus volatilitást feltételező modellek általánosításainak tekinthetők, amikor a volatilitásra vonatkozó sztochasztikus differenciálegyenletben a Brown-mozgás helyett frakcionális Brown-mozgás jelenik meg. Ezen modellek létjogosultságát főként a magas frekvenciájú kereskedés megértése adja, hiszen ebben az esetben a volatilitást is pontosabban kell modellezni.

A feladat a frakcionális Brown-mozgásra épülő sztochasztikus differenciálegyenletek, volatilitási modellekkel kapcsolatos szakirodalom feldolgozása, illetve néhány kapcsolódó számítógépes szimuláció készítése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] J. Gatheral, T. Jaisson, M. Rosenbaum: Volatility is rough. Kézirat. arXiv:1410.3394.
- [2] L. Bergomi and J. Guyon: Stochastic volatility’s orderly smiles. *Risk* May, pp. 60–66, 2012.

*Szak:* biztosítás- és pénzügyi matematika, pénzügyi matematika szakirány

### 3. *Téma: Képszegmentációs algoritmusok és matematikai háttérük*

*Témavezető:* Backhausz Ágnes (ELTE TTK), Szirányi Tamás (SZTAKI)

*Rövid leírás:* A képszegmentációs algoritmusok célja, hogy egy fénykép különböző egységeit különböző osztályokba soroljuk be. Például egy műholdképen szerepelhet erdő, szántó, lakott terület, vízfelület, vizes élőhely stb. A cél korábban elkészített és osztályozott felvételek alapján egy új kép egységeit (például a képpontjait) automatikusan kategóriákba sorolni úgy, hogy annak valószínűsége, hogy egy egység a saját valódi osztályába kerül, a lehető legnagyobb legyen.

A feladat ilyen képszegmentációs eljárások elemzése, például annak megértése, hogy mennyi az a minimális információmennyiség, ami elegendő az osztályozás megfelelő szinten való elvégzéséhez, vagyis legalább hány képet kell előzetesen készíteni és osztályozni. Kapcsolódó kérdés, hogy mennyivel javul az eljárás pontossága, ha ennél több adatot gyűjtünk. A feladatba beletartozik:

- bizonyos képszegmentációs algoritmusok megismerése;
- a véletlen Markov-mezők fogalmának és alapvető tulajdonságainak megismerése;
- a feladat statisztikai, információelméleti háttérének elemzése: bizonyos eloszlásokat feltételezve hogyan változik a rendelkezésre álló hasznos információ;
- az algoritmusokban használt főkomponens-analízis lépés elemzése: ennek során egy többdimenziós normális eloszlású vektor összes koordinátája helyett egy jóval kisebb dimenziós, viszont a lényeges információ nagy részét leíró másik vektort vizsgálunk – kérdés, hogy ez milyen feltételek mellett, mennyire jól működik.

Mindez részben elméleti módszerekkel, részben saját számítógépes szimulációk készítésével, részben valós adatok feldolgozásának segítségével valósul meg.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Szirányi, T ; Shadaydeh, M Segmentation of remote sensing images using similarity-measure-based fusion-MRF model IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters 11 : 9 pp. 1544-1548. Paper: 6730687 , 5 p. (2014)
- [2] Benedek, Csaba ; Shadaydeh, Maha ; Kato, Zoltán ; Szirányi, Tamás ; Zerubia, Josiane Multilayer Markov Random Field Models for Change Detection in Optical Remote Sensing Images ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing 107 pp. 22-37. , 16 p. (2015)
- [3] Shadaydeh, M ; Zlinszky, A ; Manno-Kovács, A ; Sziranyi, T Wetland mapping by fusion of airborne laser scanning and multi-temporal multispectral satellite imagery. International Journal of Remote Sensing 38 : 23 pp. 7422-7440. , 19 p. (2017)

*Szak:* matematikus és alkalmazott matematikus mesterszak

### 4. *Téma: Véletlenített minimax fedések*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* A síkon egy területet szeretnénk úgy megfigyelni, hogy néhány szenzort elhelyezünk rajta. Azonban tudjuk, hogy ezek függetlenül bizonyos  $p$  valószínűséggel meghibásodhatnak. A szenzoroknak egy konfigurációját aszerint értékeljük ki, hogy mi az a távolság, amin belül a tér minden pontjához már találunk egy szenzort. Szeretnénk ennek a távolságnak a várható értékét minimalizálni, amikor a szenzorok meghibásodhatnak.

Ha a megfigyelendő terület egy dimenziós, egy szakasz, azt elég jól értjük, illetve nemrég egy MSc dolgozatban a téma néhány további problémája feldolgozásra került.

Számos kérdés azonban vizsgálatra érdemes, az alábbiakból néhányat válogatva lehetne folytatni a kutatást (ez tág választék, nem egyetlen MSc-be kell beleférjen):

- 1) Szabályos mintázatok esetén csak a négyszögrácsot vizsgálták. Mi a helyzet háromszög- vagy hatszögrács vagy egyéb esetekben?
- 2) A numerikus eredményeket elméleti becslésekkel is jó lenne megtámogatni.
- 3) A véletlen mintázatok szimulációs kiértékelésénél (Monte-Carlo algoritmus) érdekes lenne összevetni a “rossz eseteknél” (pl. amikor minden szenzor ugyanabba sarokba kerül), hogy milyen gyakran fordul elő, cserébe mennyiben járul hozzá a várható értékhez.
- 4) Véletlen mintázatok kialakításához nem csak a függetlenül elhelyezett szenzorok jönnek szóba, ennél rafináltabb ötletek mentén is el lehet indulni.
- 5) Hatékony elrendezés keresésére jobb és gyorsabb eljárás keresése is nyitott feladat.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] P Frasca, F Garin, B Gerencsér, JM Hendrickx, One-dimensional coverage by unreliable sensors, SICON 2015
- [2] [http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema\\_AppliedMathematics\\_EWI.pdf](http://essay.utwente.nl/66951/1/Broekema_AppliedMathematics_EWI.pdf)

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 5. *Téma: Véletlen permutációk és feltételesen konvergens sorok*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* Ez egy félig valszámos, félig analízis téma. Az alapkérdés az, hogy egy feltételesen konvergens sort mikor tesz divergenné egy permutáció (vagy mikor változtatja meg a limeszt), és itt mi a sorok és a kapcsolódó permutációk struktúrája.

Itt meg lehetne nézni különböző véletlen permutációk esetét. Kiindulva független  $X_n \sim N(n, \sigma_n)$  változókból, a kapott értékek sorrendje megadja a természetes számok egy permutációját. Ez eléggé “lokális” permutáció lesz, talán 1 valószínűséggel minden sort békén hagy, ha  $\sigma_n$  elég gyorsan lecsengő. Sőt, lehetne a sor is véletlen meg a permutáció is, itt mit mondhatunk?

*Ajánlott irodalom:*

- [1] R P Agnew, Permutations preserving convergence of series, Proceedings of the American Mathematical Society, 1955
- [2] G Tusnády, On rearrangements of infinite series, Annales Universitatis Scientiarum Budapestinensis de Rolando Eotvos Nominatae 1966
- [3] B Gerencsér: On convergence sets of conditionally convergent series, Studia Scientiarum Mathematicarum Hungarica 2011

*Szak:* matematikus

## 6. *Téma: Keverés a szakaszon bővített lehetőségekkel*

*Témavezető:* Gerencsér Balázs

*Rövid leírás:* A motiváció abból fakad, hogy most már mindenütt elosztott számítógépes és szenzor hálózatok dolgoznak, ahol a frissen megjelenő adatot hatékonyan teríteni kell az egész rendszeren. Ennek egy egyszerűsített (cserébe precíz) változatát tekintjük.

Egy  $n$  csúcsú vonal gráfon helyezkednek el a “szenzorok”, mindegyik egy-egy bemeneti adattal, a feladat ezek átlagának kiszámolása közösen. Alapesetben minden lépésben az egységek prezentálják pillanatnyi értéküket a szomszédoknak, majd a látottnak veszik egy



sima függvényét és ez alapján frissítik a saját adatukat. Ismert, hogy ez esetben legalább  $n^2$  nagyságrendű lépésre van szükség.

Kérdés, lehet-e ezen gyorsítani, ha kevésbé korlátozzuk az egységeket? Többek között a következő lehetőségek merülnek fel:

- a) Minden szenzor még néhány bitre vagy néhány valós számra való memóriával rendelkezik.
- b) Eltérő üzenet küldése a két irányba.
- c) A szenzorok az elmúlt  $k$  értékre emlékezve határozhatják meg a jelenlegit.
- d) A frissítésre használt függvény lehet nem sima vagy nem folytonos.

Az átlagolás bizonyosan elérhető  $\approx n$  lépésben ha  $a) + b)$ -t megengedjük vagy  $d)$  extrém esetében (ha pl. nem is mérhető).

*Ajánlott irodalom:*

- [1] A Olshevsky, J N Tsitsiklis, A lower bound for distributed averaging algorithms on the line graph, IEEE CDC 2010
- [2] S Boyd, P Diaconis, L Xiao, Fastest mixing Markov chain on a graph, SIAM review, 2004
- [3] S Boyd, P Diaconis, J Sun, L Xiao Fastest mixing Markov chain on a path, The American Mathematical Monthly, 2006

*Szak:* matematikus, alkalmazott matematikus

## 7. **Téma: Az érdekes sztochasztikus korreláció modelljének paraméterbecslése gépi tanulással** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Márkus László

*Rövid leírás:* Egyes pénzügyi eszközök árainak illetve értékeinek összefüggése, korrelációja a tapasztalatok szerint időfüggő, de ezen túlmenően véletlenszerűen, sztochasztikusan is változik. Ez a felismerés az utóbbi kb. öt-tíz év modellezési gyakorlatát is megváltoztatta, árak együttes modelljeiben megjelent egy sztochasztikus folyamat az összefüggés leírására, melyet sztochasztikus korrelációnak hívnak. Ezzel a megközelítéssel a valóságban is megfigyelhető farokösszefüggésekhez lehet jutni, ami jól tükrözi a modellben, hogy extrémebb kereskedési időszakokban sokkal erősebben összefüggenek, szinkronizáltabbak az árfolyamok.

Statisztikai bizonyítékok szerint a sztochasztikus korreláció folyamat egyes részvényárak esetén érdekes trajektóriákkal rendelkezik, melynek leírásában frakcionális differenciálegyenletek is szerepelnek. Ezek becslése a szokásos statisztikai eszköztáron belül legtöbbször csak nagyon összetett algoritmusokkal oldható meg, és ezért hasznos lehet alternatív megközelítést alkalmazni.

A szakdolgozat célja: A jelen dolgozatban deep learning elvű gépi tanuláson alapuló eljárást szeretnénk kidolgozni, a sztochasztikus volatilitás becslésére meglévő eljárás nyomán. Ettől várjuk egy megfelelő érdekes sztochasztikus korreláció modell illesztését, amely valósághű eredményeket nyújt.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Beck, C., Becker, S., Grohs, P., Jaafari, N. and Jentzen, A. (2018. June 4). Solving stochastic differential equations and Kolmogorov equations by means of deep learning. arXiv:1806.00421

- [2] Grimm, L., Haynes, J., and Schmitt, D. (2017. June). Estimating Stochastic Volatility: The Rough Side to Equity Returns. *Decisions in Economics and Finance* 42, 449-469, (2019)
- [3] Han, J., Jentzen, A., and E, W. Solving high-dimensional partial differential equations using deep learning. *Proceedings of the Academy of Sciences of the United States of America* August 21, 115 (34), 8505-8510, 2018.
- [4] Horvath, B., Muguruza, A., and Medhi, T. Deep Learning Volatility. arXiv:1901.09647v2 [q-fin.MF] 22 Aug 2019

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**8. Téma: Az ajánlati könyv modellezése összetett Hawkes-folyamatokkal** (a téma már foglalt)

*Témavezető:* Márkus László

*Rövid leírás:* Az ajánlati könyv dinamikájának vizsgálata a pénzügyi matematika aktív kutatási területe, nem kis részben a nagyfrekvenciás kereskedés általános elterjedésének köszönhetően. A modellezés rendszerint pontfolyamatok segítségével történik, e téren a Hawkes-folyamatokat viszonylag széles körben használják. A Hawkes-folyamatok alapvető hiányossága azonban, hogy csak az ajánlatok beérkezési idejét írják le. Ennek következtében az utóbbi években a többdimenziós, illetve összetett Hawkes-folyamatok kerültek a kutatások fókuszába, ami lehetővé teszi az ajánlott ár értékének bevonását is a vizsgálatokba.

A szakdolgozat célja a vonatkozó szakirodalom áttekintése, a kapcsolódó eredmények bemutatása, illetve a kutatás folytatása a hallgató érdeklődésének megfelelően.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Swishchuk, A., Chavez-Casillas, J., Elliott, R. and Remillard, B.: Compound Hawkes processes in limit order books. arXiv:1712.03106 [q-fin.MF], 26 pages (2017)
- [2] Bacry, E., Mastromatteo, I. and Muzy, J.-F.: Hawkes processes in finance. arXiv: 1502.04592v2 [q-fin.TR] 48 pages (2015)
- [3] Laub, P., Taimre, T. and Pollett, P.: Hawkes Processes. arXiv: 1507.02822v1[math.PR], 28 pages (2015)

*Szak:* alkalmazott matematikus, biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**9. Téma: Atlasz modell**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Ichiba T, Papathanakos V, Banner A, Karatzas I and Fernholz R (2011), "Hybrid Atlas models", *Ann. Appl. Probab.*. Vol. 21(2), pp. 609-644.
- [2] Banner AD, Fernholz R and Karatzas I (2005), "Atlas models of equity markets", *Ann. Appl. Probab.*. Vol. 15(4), pp. 2296-2330.
- [3] Fernholz R (2001), "Equity portfolios generated by functions of ranked market weights", *Finance Stoch.*. Vol. 5(4), pp. 469-486.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika MSc

**10. Téma: Érzékenységszámítás Malliavin kalkulussal**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Egy származtatott termék árának függése a különböző modell paramétereiktől fontos mennyiség a pénzügyi matematikában. Ezeknek az érzékenységeknek a számítása a legegyszerűbb modellektől eltekintve Monte-Carlo módszerekkel történik. A naív numerikus deriválás helyett bizonyos modellekben lehet ügyesebben is számolni. A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése. Lehetőség van a megismert módszerek implementálására, hatékonyságuk numerikus vizsgálatára.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., and Lions, P.-L. (2001). Applications of Malliavin calculus to Monte-Carlo methods in finance. II. Finance Stoch., 5(2):201–236.
- [2] Fournié, E., Lasry, J.-M., Lebuchoux, J., Lions, P.-L., and Touzi, N. (1999). Applications of Malliavin calculus to Monte Carlo methods in finance. Finance Stoch., 3(4):391–412.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

## 11. *Téma:* **Bennfentes információ modellezése filtrációbővítéssel**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Matematikailag a bennfentes információt, azaz az árfolyam alakulására vonatkozó plusz információt, filtráció bővítéssel lehet modellezni. A filtráció bővítésével az árfolyamat szemimartingál felbontása megváltozhat. Ennek eredményeként bennfentes kereskedő által elérhető utility magasabb lehet, mint a közönséges befektető által elérhető. Bizonyos esetben, de nem mindig, arbitrázs lehetőség is kialakulhat.

A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése, az árfolyamat felbontásának kiszámítása egyszerűmodellekben, ill. bizonyos típusú bővítések esetében.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Amendinger, J., Imkeller, P., and Schweizer, M. (1998). Additional logarithmic utility of an insider. Stochastic Process. Appl., 75(2):263–286.
- [2] Imkeller, P., Pontier, M., and Weisz, F. (2001). Free lunch and arbitrage possibilities in a financial market model with an insider. Stochastic Process. Appl., 92(1):103–130.
- [3] Imkeller, P. (2003). Malliavin’s calculus in insider models: additional utility and free lunches. Math. Finance, 13(1):153–169. Conference on Applications of Malliavin Calculus in Finance (Rocquencourt, 2001).

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

## 12. *Téma:* **Bennfentes információ modellezése filtrációbővítéssel**

*Témavezető:* Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* Matematikailag a bennfentes információt, azaz az árfolyam alakulására vonatkozó plusz információt, filtráció bővítéssel lehet modellezni. A filtráció bővítésével az árfolyamat szemimartingál felbontása megváltozhat. Ennek eredményeként bennfentes kereskedő által elérhető utility magasabb lehet, mint a közönséges befektető által elérhető. Bizonyos esetben, de nem mindig, arbitrázs lehetőség is kialakulhat.

A szakdolgozat célja a vonatkozó irodalom áttekintése, az árfolyamat felbontásának kiszámítása egyszerűmodellekben, ill. bizonyos típusú bővítések esetében.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Amendinger, J., Imkeller, P., and Schweizer, M. (1998). Additional logarithmic utility of an insider. Stochastic Process. Appl., 75(2):263–286.

- [2] Imkeller, P., Pontier, M., and Weisz, F. (2001). Free lunch and arbitrage possibilities in a financial market model with an insider. *Stochastic Process. Appl.*, 92(1):103–130.
- [3] Imkeller, P. (2003). Malliavin’s calculus in insider models: additional utility and free lunches. *Math. Finance*, 13(1):153–169. Conference on Applications of Malliavin Calculus in Finance (Rocquencourt, 2001).

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematika

**13. Téma: Modern statisztikai módszerek, alkalmazások**

*Témavezető:* Prőhle Tamás

*Rövid leírás:* A jelentkező hallgatók érdeklődésének megfelelő, szabadon választott statisztikai téma

*Ajánlott irodalom:* Tipikusan angol nyelvű cikkek

*Szak:* alkalmazott matematikus

**14. Téma: Implied volatility and inverse neural networks**

*Témavezető:* Tikosi Kinga (Rényi Intézet), belső konzulens: Zempléni András (a téma már foglalt)

*Rövid leírás:* Az inverz neurális hálók új témakör a mesterséges intelligencia területén belül. A szakdolozatban ennek lehetséges pénzügyi alkalmazását kellene megvizsgálni. A probléma például az implied volatility kiszámítása lenne. A lényeg az, hogy arra tanítunk meg egy neurális hálót, hogy adott műhöz és szigmához generáljon Black-Scholes trajektoriókat, majd képezzük ennek az inverz neurális hálóját és azt használjuk arra, hogy egy létező folyamatról megmondja a szigmát.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Roger W. Lee: *Implied Volatility: Statics, Dynamics, and Probabilistic Interpretation*, Recent Advances in Applied Probability, Springer 2004
- [2] Rüdiger Frey: *Lecture Notes, Continuous-Time Finance*, 2016
- [3] Aravindh Mahendran, Andrea Vedaldi: *Understanding Deep Image Representations by Inverting Them*

*Szak:* alkalmazott matematikus

**15. Téma: Valuating complex structured derivatives by machine learning algorithms**

*Témavezető:* Farkas Zénó , MSCI, belső konzulens: Prokaj Vilmos

*Rövid leírás:* A Monte Carlo alapú módszerek bevált megoldást jelentenek komplex strukturált származtatott termékek árazására azokban az esetekben, amikor a probléma nem oldható meg analitikusan. Azonban a Monte Carlo alapú árazás és érzékenység számítás jellemzően jelentős számítási kapacitást igényel, különösen akkor, amikor a kifizetési függvény nem folytonos. A gépi tanuláson alapuló algoritmusok versenyképes alternatívát jelenthetnek azáltal, hogy megközelítik vagy elérik a Monte Carlo módszerek pontosságát és az analitikus megoldások számítási sebességét. A diplomamunka célja, hogy megvizsgálja a gépi tanuláson alapuló algoritmusok pontosságát és hatékonyságát a leggyakrabban kereskedett strukturált származtatott termékek árazására alkalmazva.

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematikus, alkalmazott matematikus

**16. Téma: Multi-factor Cheyette term structure models in the negative interest rate environment**

*Témavezető:* Scheuer Gergely, MSCI, belső konzulens: Michaletzky György

*Rövid leírás:* A Cheyette (1992) kamatláb modellosztály nagy népszerűségnek örvend a modellezők körében. Andreasen (2005) modellje egy többfaktoros, sztochasztikus volatilitással rendelkező kiegészítése a Cheyette modellnek, aminek célja a teljes swaptions és cap univerzumhoz való hatékony kalibráció. Bár a modellnek több jó tulajdonsága is van, a fejlett piacokon terjedő negatív kamatlábakkal eredeti formájában nem kompatibilis. Chibane és Law (2013) egy kvadratikus volatilitás kiegészítést javasolnak a Cheyette modellhez, de munkájukban egy egyfaktoros modellre koncentrálnak. A diplomamunka célja, hogy áttekintse a Cheyette modell osztállyal kapcsolatos szakirodalmat, javasoljon kiegészítéseket az ismert többfaktoros Cheyette modellekhez, melyek jól teljesítenek a negatív kamatkörnyezetben, és elemezze ezen modellek tulajdonságait, teljesítményét.

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Cheyette O, 1992: Markov representation of the Heath-Jarrow-Morton model, Barra, available at <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstractid=6073> .
- [2] Andreasen J, 2005: Back to the future, Risk September 2005, pages 104-109, <https://www.risk.net/derivatives/interest-rate-derivatives/1500253/back-future>
- [3] Chibane M and D Law 2012, A quadratic volatility Cheyette model, Risk July 2013, pages 68-71, available at <https://www.risk.net/derivatives/interest-ratederivatives/2277261/quadratic-volatility-cheyette-model>

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematikus, alkalmazott matematikus

## 17. *Téma:* **Optimal portfolio choice under parameter uncertainty**

*Témavezető:* Farkas Péter, MSCI, belső konzulens: Zempléni András

*Rövid leírás:* Markowitz és Merton megoldásában azt feltételezik, hogy az input paraméterek ismertek. Ugyanakkor a valódi világban a paramétereket valódi értékét nem ismerjük, csak a becsült értéküket. A paraméterek bizonytalanságát több módszer is figyelembe veszi: Bayesi elemzés, shrinkage eljárás, etc. Ugyanakkor egyenlőre egyik eljárás sem került ki egyértelmű győztesként

*Ajánlott irodalom:*

- [1] Brandt, Michael W: Portfolio Choice Problems: <https://faculty.fuqua.duke.edu/mbrandt/papers/published/portreview.pdf>
- [2] Kan, Raymond, Optimal Portfolio Choice with Parameter Uncertainty, Journal of Finance and Quantitative Analysis
- [3] Refining Portfolio Construction When Alphas and Risk Factors Are Misaligned, MSCI Publication, <https://www.msci.com/www/research-paper/refining-portfolio-construction/014883022>

*Szak:* biztosítási és pénzügyi matematikus, alkalmazott matematikus